

**GUILHERME SOARES DA COSTA ASSIS**

**ANÁLISE DE INVESTIMENTO SOB INCERTEZA NA  
IMPLANTAÇÃO DE UM PROJETO DE IRRIGAÇÃO EM UMA  
FAZENDA DE LARANJA**

**São Paulo  
2003**

**GUILHERME SOARES DA COSTA ASSIS**

**ANÁLISE DE INVESTIMENTO SOB INCERTEZA NA  
IMPLANTAÇÃO DE UM PROJETO DE IRRIGAÇÃO EM UMA  
FAZENDA DE LARANJA**

Área de Concentração:  
Engenharia de Produção

Orientador:  
Prof. João Amato Neto

**São Paulo  
2003**

**A minha família, que me tem apoiado e  
incentivado ao longo de toda vida.**

## **AGRADECIMENTOS**

**Aos meus amigos André Campos, Christian Iveson, Danilo Bonfatti, Guilherme Wertheimer, João Senna, Thiago Cozzi e Tiago Pessoa pelos conselhos e pelo apoio dado nas horas difíceis.**

**A todos que, direta ou indiretamente colaboraram na execução deste trabalho.**

## RESUMO

A *alocação de recursos* sempre foi objeto de grande controvérsia nas empresas. Isso porque, existem diferentes técnicas para analisar esse problema e algumas vezes essas técnicas levam a posições antagônicas na tomada de decisão. Os principais sistemas existentes para *alocação de recursos* são: a *orçamentação de capital* e o *planejamento estratégico*. MYERS (1984) refere-se a esses dois sistemas como “duas culturas olhando para o mesmo problema”. O conflito entre essas duas “culturas” vem do fato de que a técnica clássica do FCD (*fluxo de caixa descontado*) usada na *orçamentação de capital* ignora a criação de capacidades e outros bens intangíveis, e isso vai exatamente contra o *planejamento estratégico*. O trabalho a seguir trata de um novo conceito em análise de investimentos denominado “Opções Reais”. Esse método considera as incertezas e as opções gerenciais, diminuindo, portanto, o abismo existente entre as duas abordagens para *alocação de recursos*, citadas anteriormente. Os avanços na teoria de opções financeiras, aliados ao crescimento expressivo da literatura de opções reais na década de 90, permitem que as empresas utilizem esses métodos mais avançados na análise econômica de projetos. Isso será mostrado através da aplicação dessa teoria na análise da decisão de um investimento em irrigação em uma fazenda de laranja que deverá ser feito pela empresa estudada.

## ABSTRACT

The *allocation of resources* has always been object of great controversy inside companies. These because, different techniques exist to analyze this problem, and some times these techniques take antagonistic positions in the decision-making process. The main systems that exist for the *allocation of resources* are the *capital budgeting* and *strategical planning*. MYERS (1984) mentions these systems as "two cultures looking at the same problem". The conflict between these two "cultures" come from the fact that the classic technique of the DCF (discounted cash flow) used in *capital budgeting* ignores the creation of capacities and other intangible goods, and this goes accurately against *strategical planning*. This work deals with a new concept in investment analysis called "Real Options". This method considers the uncertainties of the created capacities, diminishing, therefore, the existing abyss between the two systems of *allocation of resources*, cited previously. The advances in the theory of financial options, allied with the expressive growth of real options literature in the decade of 90, allows the companies to use these more advanced methods in the economic analysis of their projects. In this work, the theory will be shown through the application of real options in the analysis of the decision to invest in an irrigation project inside an orange farm. Then it will be possible to compare the modern theory of investment analysis with the classical form.

## SUMÁRIO

### LISTA DE TABELAS

### LISTA DE FIGURAS

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2. ANÁLISE DE INVESTIMENTO.....</b>	<b>4</b>
2.1. Visão ortodoxa do investimento.....	4
2.2. Visão do investimento como uma opção.....	6
<b>3. TEORIA DAS OPÇÕES REAIS .....</b>	<b>8</b>
3.1. Uma nova visão de investimento .....	8
3.2. Os principais tipos de opções reais .....	12
3.3. Conceitos de competitividade de Michael Porter.....	16
3.4. Visões da chamada plataforma de investimentos.....	20
3.5. A incerteza e as decisões do investidor .....	25
3.5.1. O valor da incerteza.....	25
3.5.2. Incerteza econômica x incerteza técnica .....	27
3.6. Conceitos simples através de um exemplo .....	29
3.7. Ferramentas matemáticas .....	32
3.7.1. Processos estocásticos.....	32
3.7.2. Propriedade de Markov.....	33
3.7.3. Processo de Wiener .....	33
3.7.4. Movimento Browniano geométrico (o caso do comportamento do preço de ações).....	34
3.7.5. Reversão à média (o caso do comportamento do preço de “commodities”) .....	37
3.7.6. Programação dinâmica .....	39
3.8. Modelos adotados.....	42
3.8.1. Modelo analítico.....	42
3.8.2. Modelo numérico .....	52
<b>4. MONOPÓLIO, COMPETIÇÃO E A HABILIDADE DE ADIAR O INVESTIMENTO .....</b>	<b>53</b>
<b>5. ANÁLISE DO PROBLEMA PROPOSTO .....</b>	<b>55</b>
5.1. Definição do problema .....	55
5.2. Situação da citricultura no Brasil .....	56
5.3. Situação da fazenda .....	58
5.4. Métodos de irrigação (Gotejamento x Auto-propelido).....	59
5.5. Parâmetros de entrada do modelo .....	61
5.5.1. Modelo Analítico: s, d e ?.....	61
5.5.2. Modelo Numérico s, ?, ? e x' .....	62
5.6. Dados utilizados nos modelos.....	64
<b>6. RESULTADOS OBTIDOS.....</b>	<b>73</b>
6.1. Comparação dos resultados com a metodologia clássica.....	78
6.2. Conclusões .....	82
<b>ANEXO .....</b>	<b>83</b>
<b>LISTA DE REFERÊNCIAS .....</b>	<b>87</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Distribuição normal de probabilidade .....	26
Figura 2 – Gráfico do movimento browniano geométrico .....	37
Figura 3 – Gráfico de reversão à média .....	38
Figura 4 – Elementos de um modelo geral de opções reais em um projeto de produção .....	43
Figura 5 – Gráfico da quantidade de árvores produtivas na fazenda .....	64
Figura 6 – Produtividade de uma árvore de laranja .....	65
Figura 7 – Projeção do número de caixas produzidas .....	66
Figura 8 – Fluxo de caixa médio com 50% de irrigação.....	68
Figura 9 – Fluxo de caixa médio com 70% de irrigação.....	68
Figura 10 – Fluxo de caixa médio com 90% de irrigação.....	69
Figura 11 – Fluxo de caixa médio com 100% de irrigação.....	69
Figura 12 – Curva de cupom cambial .....	71
Figura 13 – Gráfico do valor presente do projeto .....	73
Figura 14 – Distribuição de probabilidade do valor presente com 50% da fazenda irrigada .....	76
Figura 15 – Distribuição de probabilidade do valor presente com 70% da fazenda irrigada .....	77
Figura 16 – Distribuição de probabilidade do valor presente com 90% da fazenda irrigada .....	77
Figura 17 – Distribuição de probabilidade do valor presente com 100% da fazenda irrigada .....	78



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Vantagem estratégica de diferentes alvos .....	18
Tabela 2 – Condições de contorno .....	49
Tabela 3 – Cupom Cambial.....	71
Tabela 4 – Valores presentes.....	73
Tabela 5 – Valor crítico de investimento .....	74
Tabela 6 – Comparação do VP com $V^*$ (Analítico) .....	75
Tabela 7 – Comparação do VP com $V^*$ (Numérico) .....	75
Tabela 8 – Cálculo do q de Tobin .....	79
Tabela 9 – Cálculo do valor da opção de espera (Analítico) .....	80
Tabela 10 – Cálculo do valor da opção de espera (Numérico) .....	80

## 1. INTRODUÇÃO

O trabalho em questão trata de apresentar uma nova maneira de enxergar o problema da valoração econômica de projetos.

Denominada de “Teoria das Opções Reais” em 1977 por S. Myers ou mais recentemente de “Análise de Investimento sob Incerteza” essa metodologia está sendo paulatinamente utilizada por diversas empresas, na tentativa de analisar a viabilidade de projetos e melhorar as ferramentas que um gerente dispõe para a tomada de decisões.

O principal objetivo da análise econômica de projetos é maximizar o valor da empresa, sujeito às incertezas econômicas e técnicas, e considerando o grau de liberdade gerencial do projeto. Portanto, trata-se de otimizar um sistema sob incerteza.

Decisões de investimento são afetadas por três principais fatores que influenciam diretamente o caminho do projeto: *incerteza econômica*, *incerteza técnica* e *flexibilidades gerenciais*. A *incerteza econômica* é devida a fatores externos ao projeto como, por exemplo, situação do crédito no país, taxa de juros, etc, logo podemos classificar a *incerteza econômica* como uma variável exógena. Já a *incerteza técnica* é devida a dificuldades enfrentadas no próprio projeto como, por exemplo, dificuldades de implementação devido à complexidade, tecnologia atrasada, etc, logo podemos classificar a *incerteza técnica* como uma variável endógena. Finalmente as *flexibilidades gerenciais* existentes no projeto, determinam o grau de liberdade do gerente para tomada de decisão, ou seja, determinam a diversidade de alternativas que o gerente dispõe para tomar suas decisões de investimento: “timing”, escala, expansão, parada temporária, mudança de uso, abandono e etc. Essas *flexibilidades gerenciais* são denominadas opções reais, são essas alternativas que serão

analisadas de maneira a otimizar a tomada de decisão. Deixar de lado qualquer um desses três fatores pode levar a erros irreversíveis nos caminhos seguidos pela gerência.

No segundo capítulo “Análise de Investimento” serão apresentadas ambas as visões de investimento relevantes para esse trabalho. Primeiramente será exposta à visão ortodoxa do investimento, em seguida será realizada uma descrição sucinta da visão do investimento como uma opção.

No terceiro capítulo a nova visão de investimento será analisada com mais profundidade. A “Teoria das Opções Reais” ou TOR, como é chamada na literatura sobre o assunto é tratada mais especificamente. São exemplificados os “tipos” de opções reais mais utilizados e suas características. Mostrando quais as vantagens e desvantagens dessa nova abordagem e quais são suas possíveis aplicações. Além disso, são expostos alguns métodos de valoração dessas “opções”. Esses métodos de valoração serão àqueles mais condizentes com o problema proposto no capítulo cinco, já que existem inúmeras formas de precificar uma opção. Nesse capítulo é exposto também todo o ferramental matemático necessário para o estudo das opções.

No quarto capítulo são expostas as visões de monopólio, competição e a habilidade de adiar um investimento, sob a ótica da nova abordagem de valoração de investimentos. A partir daí, traça-se um paralelo entre essas condições de mercado, e a diferença na valoração de projetos nesses diferentes cenários.

No quinto capítulo é proposto o problema da empresa estudada, esse problema é colocado sob a luz da TOR e modelado utilizando-se ferramentas

desenvolvidas nos capítulos anteriores. Todo contexto econômico e mercadológico no qual a empresa está inserida é apresentado nesse capítulo.

Finalmente, no sexto capítulo, os resultados da resolução do problema proposto são apresentados, mostrando as flexibilidades e restrições do modelo adotado e mantendo sempre a simplicidade o que garante o entendimento e interpretação dos resultados. Além da resolução do problema sob a nova ótica de valoração de investimentos, são apresentados também os resultados de análises feitas sob a ótica clássica, o que permite uma comparação pontual entre essas duas visões.

## 2. ANÁLISE DE INVESTIMENTO

### 2.1. Visão ortodoxa do investimento

Como deve uma empresa, vislumbrando incertezas acerca das condições futuras de mercado, decidir sobre o investimento em uma nova fábrica? Na escola econômica de análise de investimentos, as duas principais teorias que tentam responder a essa pergunta são: a teoria do marginal  $q$  de J. Tobin (Nobel de economia em 1981) e a teoria de “custo de usuário” de Jorgenson. Estas são chamadas de “modelos neoclássicos de investimento”, e ambas baseiam-se na “regra do VPL”.

O Valor Presente Líquido de uma empresa, nada mais é do que a união de todos os fluxos de caixa futuros da mesma, descontados a uma certa taxa e somados ao investimento necessário para gerar esses fluxos. O seu cálculo é bastante simples e feito da seguinte maneira:

Calcula-se o valor presente da seqüência de fluxos de caixa esperada que uma nova fábrica, por exemplo, irá gerar;

Em seguida, calcula-se o valor presente do fluxo de despesas (custos, gastos), requeridos para a construção da nova fábrica (investimento);

Finalmente determina-se a diferença entre os dois valores presentes calculados. Essa diferença é denominada VPL (Valor Presente Líquido).

$$VPL = I + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{P}{(1+t)^n} \quad (1)$$

Esses modelos de investimento utilizam também conceitos de avaliação marginal, ou seja, a firma deve investir até o ponto em que o custo marginal

do capital (investimento) iguala o retorno marginal do investimento, sendo que a dinâmica da economia é sempre considerada (embora de forma não satisfatória, como mostram alguns testes econométricos) através da inclusão de custos de ajustamento e de atrasos de remessa, denominados “delivery-lags”.

A teoria do marginal  $q$  de Tobin, compara o valor capitalizado pelo investimento marginal (ex.: valor presente dos fluxos de caixa) com o seu custo de reposição. Esse quociente é chamado de  $q$ . Se  $q > 1$ , a empresa deve investir, caso contrário deve rejeitar o projeto.

Já a teoria de “custo de usuário de capital” de Jorgenson, trata o investimento produtivo analogamente à compra de um bem durável. O modelo compara o valor da unidade incremental de capital (produto marginal) com o custo de usuário do capital, devendo investir se o primeiro for maior que o segundo. Ou seja, um outro ângulo da regra do VPL.

## 2.2. Visão do investimento como uma opção

A regra do VPL é baseada em algumas suposições implícitas as quais freqüentemente são esquecidas. A regra do VPL assume que o investimento é reversível, o que significa que de alguma forma o investimento pode ser desfeito e as despesas incorridas recuperadas, caso as condições de mercado revelem-se piores do que as condições antecipadas ou projetadas. Ou o investimento é irreversível, e esta proposta é do tipo “agora ou nunca”, o que significa que se a empresa não efetuar os investimentos agora, não poderá efetua-los no futuro. Embora alguns investimentos tenham essas características, a maioria não tem.

Irreversibilidade e a possibilidade de atrasar são características muito importantes na maioria dos investimentos reais, e podem influenciar profundamente a decisão de investir assim como questionar a regra do VPL junto com a fundação teórica dos modelos neoclássicos de investimento. A razão disso, é que uma empresa com uma oportunidade de investir, têm na verdade uma “opção” análoga a uma opção de compra financeira (“call option”), ou seja, ela tem o direito, mas não a obrigação de investir. Quando a empresa faz esse investimento irreversível, ela está exercendo, ou “matando” essa opção, descartando assim a possibilidade de esperar por novas informações que poderiam alterar o valor do projeto, ou seja, a empresa não pode “desinvestir” caso as condições do mercado modifiquem-se. O valor dessa opção “perdida” é um custo de oportunidade que deve ser levado em consideração como parte do custo de investimento.

Como resultado, na visão moderna de investimento, a regra do VPL que diz “investir quando o valor de uma unidade de capital é pelo menos maior que o seu custo de compra e instalação” deve ser modificada para: investir

quando o valor da unidade de capital for maior que o custo de compra e instalação por uma quantidade igual ao valor de manter a opção de investir viva.

Estudos recentes mostraram que esse custo de oportunidade pode ser grande, levando a crer que análises de investimento que ignoram esse custo podem estar muito fora da realidade.



### 3. TEORIA DAS OPÇÕES REAIS

#### 3.1. Uma nova visão de investimento

O investimento é visto pela economia como o ato de incorrer em custos imediatos na expectativa de ganhos futuros. Firms que constroem fábricas e instalam equipamentos, pessoas que gastam tempo em educação, empresas que colocam capital em novos projetos são todos vistos como investidores nesse sentido. Algo menos óbvio é uma empresa que fecha uma fábrica deficitária estar também “investindo”, na verdade os pagamentos que essa empresa fez para quitar as suas obrigações contratuais, incluindo multas e rescisões de contratos de trabalho, são apenas as despesas iniciais, e o retorno futuro é a redução nas perdas futuras. Visto por essa perspectiva, decisões de investimento são ambíguas.

A grande maioria das decisões de investimento tem três importantes características em diversos graus: irreversibilidade, incerteza e “timing”. Esses três itens são os pilares da teoria do investimento sob incerteza e serão descritos a seguir de maneira sucinta.

A primeira característica das decisões de investimento vem do fato desse último ser parcialmente ou completamente irreversível, ou seja, o custo inicial do investimento é pelo menos parcialmente perdido. Depois de feito o investimento, em caso de arrependimento da decisão, não é possível recuperar todo ou maior parte do capital investido. A perfuração de um poço de petróleo é um bom exemplo de decisão totalmente irreversível. Já em caso de compra de ativos que podem ser utilizados em outras indústrias (microcomputadores, edificações, carros, etc.) na grande parte das vezes o mercado de equipamentos usados, paga valores abaixo do que se poderia supor “justo”, devido ao efeito

da assimetria de informação<sup>1</sup> entre comprador e vendedor sobre o real estado do equipamento.

A irreversibilidade pode surgir também por regulamentações governamentais ou mesmo inflexibilidades institucionais. Por exemplo, o controle do capital pode tornar impossível para investidores estrangeiros, ou mesmo para investidores domésticos, vender seus ativos e re-alocar seus recursos, e investimentos em novos trabalhadores pode ser parcialmente irreversível devido ao alto custo de contratação, treinamento, e demissão do empregado. Conseqüentemente, os grandes investimentos em capital são em sua maioria parcialmente irreversíveis.

Quando a reversibilidade parcial do investimento tem alguma relevância é possível utilizar modelos da teoria das opções que considerem esse valor de reversibilidade residual positivo ou o custo de abandono negativo. Logo a maior parte do custo de investimento é o denominado “sunk cost” ou *custo afundado*, assim a irreversibilidade faz com que a espera tenha valor, ou seja, somente quando a probabilidade de insucesso é suficientemente baixa é que o investimento irreversível deve ser feito. Já a espera é reversível (exceto nos casos de investimentos do tipo “agora ou nunca”).

A segunda característica importante das decisões de investimento vem do fato de existirem incertezas acerca dos futuros retornos do investimento, em outras palavras, o melhor que pode ser feito é avaliar as probabilidades de diferentes cenários futuros, que podem significar em melhores ou piores resultados ou até mesmo perda parcial ou total do investimento. Essas

---

<sup>1</sup> Sem ter como avaliar a qualidade de um determinado equipamento, o comprador irá oferecer um preço que corresponde à qualidade média do mercado. Sabendo disso, um vendedor que tem um equipamento de qualidade, irá relutar em vendê-lo e isso diminuirá a qualidade dos produtos no mercado, diminuindo o preço. Um ciclo se estabelece, até que o preço fique em patamares bastante baixos.

incertezas acerca do futuro dividem-se em: incerteza econômica e incerteza técnica. A primeira diz respeito as variáveis exógenas ao projeto, como, por exemplo, preço do produto vendido, custo dos insumos, entre outros. E a segunda incerteza está relacionada com as dúvidas em relação ao custo de implantação do projeto, manutenção de máquinas etc.

A terceira característica relevante das decisões de investimento que é muitas vezes subestimada é a flexibilidade em relação ao “timing” do investimento. É possível adiar a ação de investir até novas informações sobre as incertezas futuras e/ou melhores condições de mercado serem obtidas. Raramente um investimento é do tipo “agora ou nunca”.

É claro que não é sempre que as empresas têm a oportunidade de esperar para investir. Por exemplo, pode haver ocasiões onde uma consideração estratégica torna imperativo o investimento rápido para prevenir a entrada ou expansão de novos ou já existentes competidores. No entanto, na maioria dos casos, o atraso no investimento é, pelo menos, factível. Pode haver um custo na espera (risco de entrada de novos competidores, fluxos de caixa perdidos), mas esses custos devem ser pesados contra os benefícios que essa espera pode trazer.

Finalmente é possível perguntar-se como as empresas obtêm essas oportunidades de investimento, ou opções de investimento? Algumas vezes as oportunidades de investimento surgem de patentes, posse de terra ou recursos naturais. Mas na maioria das vezes, essas oportunidades nascem dos recursos administrativos da empresa, conhecimento tecnológico, reputação, posição no mercado, escala, etc. Todos esses recursos podem ter sido construídos com o tempo, e possibilitam que a empresa faça, com produtividade, investimentos que outras empresas ou pessoas não podem fazer, pois não se encontram na mesma posição estratégica.

O mais importante é perceber que essas oportunidades têm valor. Logo, para muitas empresas, grande parte de seu valor de mercado pode ser atribuída a essa posição. O desenvolvimento de melhores modelos de como as empresas obtêm oportunidades de investimento é tão importante quanto o estudo de maneiras de exercer essas oportunidades.

Visto isso, é possível concluir que em um ambiente de incerteza, deve-se calcular o momento adequado para realização de um investimento, de maneira a aumentar as chances de sucesso do mesmo. O bom investidor deve, portanto, observar as oportunidades de investimento que o cercam, e a partir daí escolher como e quando deve exercer essas oportunidades, para isso ele deve observar as três características citadas acima irreversibilidade, incerteza e “timing”: que interagem entre si e determinam a decisão ótima que deve ser tomada.

### 3.2. Os principais tipos de opções reais

As opções reais, ou flexibilidades gerenciais embutidas nas oportunidades de investimento podem ocorrer espontaneamente, ou podem ser planejadas previamente de forma a adicionar um novo custo ao projeto. Algumas opções que ocorrem naturalmente são: opção de abandono, parada temporária, opção de espera “timing”, contratação de capacidade, entre outras. Enquanto algumas opções que podem ser planejadas, acarretando um custo adicional ao projeto são: as opções de mudança de insumo, expansão de capacidade, mudança de uso entre outras.

A seguir encontra-se uma descrição sucinta de algumas das opções reais mais encontradas no mercado atual:

Opção de espera (“timing”): esse é um tipo muito comum de opção que ocorre naturalmente na seleção de projetos, e ela nasce do fato da decisão de investimento ser raramente do tipo “agora ou nunca”, portanto o investidor pode aguardar a chegada de novas informações no mercado, para posteriormente reavaliar e decidir se o projeto é suficientemente atrativo para ser realizado;

Opção de parada temporária: quando uma certa operação tem um VPL menor ou igual a zero, mas existe à esperança da operação voltar a ser economicamente viável, dependendo dos custos de desmobilização temporária, custo de retomada da produção e custo de preservação da operação. Parar temporariamente a produção à espera de novas informações que irão torná-la novamente viável pode ser uma alternativa. Portanto, o valor da opção de parada temporária, deve ser maior que o valor dos custos dessa

parada, para que os tomadores de decisão, optem por parar a operação, ao invés de abandoná-la (opção que será citada a seguir);

Opção de abandono: a aplicação desse tipo de opção está relacionada a projetos que estão em operação, ou projetos que estão parados temporariamente. Dependendo das expectativas e das incertezas de gerar receitas futuras que um determinado projeto, já existente, têm. Um custo de abandono será formado, de maneira que, mesmo operando com receitas negativas, talvez, a escolha mais racional de um tomador de decisão seja manter o projeto em operação. Ou mesmo encaixar tal projeto a um uso alternativo, sujeito à outra fonte de incerteza, nesse caso a opção se chama de mudança de uso;

Opção de restaurar a produção: é o valor da opção de voltar a produzir, e é função das mesmas variáveis que afetam a parada temporária, e deve ser levada em consideração, caso a produção esteja parada, ou caso tenha sido abandonada, mas os custos da retomada da atividade não são tão altos;

Opção de investimento sequencial: essa opção, tem sua maior aplicação nos projetos de pesquisa e desenvolvimento (P&D), ou nos chamados projetos piloto. A principal característica desse tipo de opção surge, pois esta busca quantificar o aspecto estratégico de um projeto. Por exemplo, alguns projetos podem ter VPLs negativos se analisados sob a ótica clássica do investimento, mas se olhados como opções, esses projetos podem ser extremamente valiosos. Isso acontece, pois uma vez realizado um investimento inicial, é possível obter-se informações que, caso sejam favoráveis, originam investimentos de maior porte em projetos atrativos e com reduzida incerteza técnica, e caso as informações não sejam favoráveis, o tomador de decisão simplesmente não investe em etapas subsequentes, limitando a sua perda ao investimento inicial;

Opção de redução ou expansão de escala: uma vez que novos dados de mercado e/ou custos operacionais convexos, que podem exigir otimizações de escala de maneira a maximizar o lucro vão surgindo, a empresa pode entrar em uma situação em que é necessário mudar sua escala de produção, portanto a flexibilidade de sua linha de produção é determinante no atendimento das novas demandas. Uma característica importante desse tipo de opção é o fato de que no contexto do investimento inicial ela não é tão relevante como no contexto de decisão de operação;

Opção de flexibilidade de produto: é uma forma de quantificar a flexibilidade de uma linha de produção. Para atender um mercado em constante mudança, é necessária uma flexibilidade muito grande das fábricas, no sentido de lançar rapidamente produtos diferenciados. Se as linhas de produção forem extremamente especializadas “tailor made”, elas não terão a capacidade de ajustar-se ao mercado, deixando de atender os clientes e perdendo receitas. Portanto com essa opção é possível estimar o custo de adoção de uma linha de produção muito otimizada e “rígida” versus uma linha de produção menos otimizada e com mais flexibilidade;

Opção de mudança de insumo: em geral esse é um tipo de opção planejada, como no caso da escolha de alternativas de geração elétrica que aceitam diferentes tipos de combustível. Nesse caso o custo dos insumos será diversificado, criando valor para empresa e reduzindo os riscos sistemáticos;

Acima foram apresentadas algumas das opções reais mais vistas nas empresas. Essas opções podem ou não ocorrer em tomadas de decisão de investimento, e podem ser vistas de maneira isolada ou conjunta.

Uma opção real vista de maneira isolada pode ser considerada uma opção simples (geralmente é considerada a opção mais relevante). Enquanto várias opções reais consideradas conjuntamente, ou seja, uma opção avalia o valor de outra opção, são consideradas opções compostas. É possível observar que o valor das opções compostas não é o valor da soma das opções que a constituem, ou seja, o valor incremental de uma opção é menor do que o valor da mesma vista isoladamente. Um bom exemplo disso é uma opção de abandono que “mata” o valor de uma opção de parada temporária. Resumidamente, é possível dizer que existe uma inter-relação entre as opções reais de um mesmo projeto.



### **3.3. Conceitos de competitividade de Michael Porter**

Com a crescente pressão da globalização, mudanças profundas na natureza da competição estão se processando. De acordo com Michael Porter, existem três estratégias competitivas genéricas que devem ser seguidas por empresas que buscam alcançar índices satisfatórios de competitividade. Essas estratégias são a liderança global em custos, a diferenciação e focalização.

A liderança global em custos é uma estratégia que requer instalações com eficiência de escala, rígido controle sobre custos e despesas gerais, e, freqüentemente, tecnologia inovadora. Implantar uma estratégia de baixo custo requer fortes investimentos em equipamentos de última geração, preços agressivos e perdas iniciais para conquistar fatias de mercado. Outras formas de liderar o mercado por proficiência em custos são:

Procura por clientes de baixo custo: o atendimento de alguns clientes custa menos que o dos outros, e os prestadores do serviço podem conquistá-los;

Padronização de um serviço personalizado: a palavra chave desta estratégia é rotina;

Redução da interação no atendimento em serviços: a estratégia, de alto risco potencial, de redução do contato pessoal no atendimento de serviços, pode ser aceita pelos clientes se for mais convenientes para eles;

Redução dos custos de rede: custos iniciais não usuais são problemas para empresas de serviços que necessitam de uma rede para unir prestadores de serviços e consumidores;

Operações de serviço off-line: para os serviços em que o cliente não necessita estar presente, a transação do serviço pode ser desacoplada, com alguns aspectos sendo executados off-line.

A diferenciação é a criação de um serviço que é percebido como sendo único. A estratégia da diferenciação não ignora custos, mas sua característica principal consiste em criar a lealdade do cliente. Na verdade, a diferenciação apresenta o custo que o cliente está disposto a pagar. Para isso, Porter propõe:

Tornar tangível o intangível: por sua própria natureza, os serviços são quase sempre intangíveis e não dão ao cliente, uma lembrança material da compra. Muitas empresas prestadoras de serviço buscam uma maior tangibilidade para os serviços prestados, como o caso de hotéis que fornecem itens de toalete contendo o nome do hotel;

Personalização do produto-padrão: proporcionar um toque de personalização pode aproximar a empresa de seus consumidores, a um custo pequeno;

Redução do risco percebido: a falta de informação sobre a compra de um serviço cria uma impressão de risco para muitos clientes. Os clientes freqüentemente acham válido pagar um preço um pouco maior para usufruírem a sensação de tranquilidade e segurança estabelecida em um relacionamento deste tipo.

Valorização do treinamento do pessoal: os investimentos em desenvolvimento de pessoal e treinamento, que resultam em um aumento da qualidade dos serviços, são uma vantagem competitiva difícil de questionar. Empresas que são líderes em seus ramos de atividade são conhecidas, entre os competidores, pela qualidade de seus programas de treinamento.

Controle da qualidade: manter um nível consistente de qualidade de serviços em vários locais diferentes em um sistema de trabalho intensivo é um desafio significativo. As empresas têm abordado este problema de várias maneiras – treinamento pessoal, procedimentos explícitos, tecnologia, limites no escopo do serviço, supervisão direta e pressão dos colegas, entre outras.

A focalização é a estratégia construída a partir da idéia de satisfazer um mercado-alvo particular tão bem quanto as necessidades específicas daqueles clientes. A estratégia de focalização reside na premissa de que a empresa pode servir seu mercado-alvo restrito de maneira mais eficaz e/ou eficiente do que outras empresas que tentam servir um mercado amplo. Como resultado, a empresa consegue diferenciação neste mercado menos abrangente por conhecer melhor, as necessidades dos clientes e/ou por menores custos.

Como pode ser visto na Tabela 1, a estratégia de focalização é, portanto, a aplicação da liderança global em custos e/ou da diferenciação em um mercado particular.

Alvo	Vantagem Estratégica	
	Baixo Custo	Singularidade
Mercado inteiro	Liderança Global em custos	Diferenciação
Segmento de mercado	Focalização	

**Tabela 1 – Vantagem estratégica de diferentes alvos**

Após apontar as vantagens competitivas de uma empresa, Porter indica as cinco forças competitivas que erodem a lucratividade média de longo prazo de uma indústria: a rivalidade entre os competidores existentes, a ameaça de

produtos e serviços substitutos, a ameaça de entrada de novas firmas, o poder de barganha dos fornecedores e o poder de barganha dos clientes.

Finalmente Porter afirma que a obtenção de uma certa posição competitiva depende principalmente de dois fatores. Esses fatores são as condições iniciais, que representam a atual reputação da empresa, habilidades e atividades existentes. E as decisões gerenciais que estão intimamente ligadas às opções reais, pois são, em sua maioria, feita sob um cenário de incerteza. Logo a grande relação entre essas forças competitivas de Porter e as opções reais, vem do fato de que algumas preocupações de Porter podem, em parte, ser equacionadas com a teoria das opções reais, ou seja, apesar das preocupações de Porter parecerem ser algo puramente qualitativo, é possível, através da utilização dos métodos de valoração das opções reais, quantificar alguns aspectos dessas forças.

### **3.4. Visões da chamada plataforma de investimentos**

No mercado atual existe uma tendência bastante aparente ao retorno a curto-prazo, muitas das regras de avaliação de investimento caminham nesse sentido. Essa visão limitada do negócio tem origens nos critérios ensinados em finanças, nas ferramentas adotadas para o planejamento e principalmente nos incentivos recebidos pelos gerentes, que buscam, cada vez mais, resultados imediatos.

Em um artigo escrito por Baldwin e Clark (1997), a criação de capacidades, como sendo uma opção de crescimento, é abordada. Segundo os autores, estudos empíricos demonstraram que empresas, com desempenho operacional superior, destacaram-se por possuir capacidades organizacionais como: procedimentos organizacionais e rotinas, habilidades humanas, ativos físicos, sistemas de informações e incentivos que aumentam o desempenho em diferentes dimensões, de forma que a empresa consegue explorar as oportunidades do mercado de forma mais eficaz do que os seus competidores. A obtenção de tais capacidades demanda investimentos em: informação especializada, educação e treinamento, ativos físicos, e sistemas de coordenação e integração, a fim de melhorar o desempenho em termos de velocidade, qualidade, eficiência, flexibilidade e inovação. Ou seja, a criação de capacidades gera uma necessidade de expansão, e não o contrário. A maneira como os investimentos acontecem parece ser a forma mais natural de crescimento. No mesmo artigo, é observado pelos autores, que os sistemas de orçamentação de capital em muitas empresas têm uma tendência que vai contra gastos em criação de capacidades, e contra investimentos que não geram fluxos de caixa de curto-prazo ou lucratividade visível. A forma como os retornos devem ser analisados deve, portanto, ser modificada, de maneira que a gerência consiga avaliar o potencial da criação de tais competências. De

acordo com os autores, uma das ferramentas que poderiam ser utilizadas para realizar essa avaliação é a teoria das opções reais.

No artigo também é mostrado que quando duas capacidades interagem, elas aumentam a competitividade da firma em diversas dimensões e o retorno do investimento aumenta extraordinariamente, citando o caso de firmas japonesas de automóveis, que combinam estreitas ligações com clientes, com processos de projeto e com fabricação altamente eficientes. Acontece, que para criar tais capacidades é necessário que haja uma alocação de pessoal e recursos explicitamente para a construção dessas, e na maioria das empresas esse tipo de investimento é visto como despesa, levando os gerentes a tomarem decisões que vão contra esse tipo de expansão.

Outra constatação é a de que muitas grandes corporações, devido ao complexo sistema de inter-relação de suas áreas, e devido a dificuldade de avaliação de desempenho enfrentada pela alta gerência acabam criando filtros entre os níveis hierárquicos, de maneira que muitas informações vitais do negócio, acabam se perdendo no caminho, prejudicando a decisão de investimento por assimetria de informações. É proposto um sistema misto para decisões de investimento, que seria centralizado para certas decisões e descentralizados para as decisões específicas, mas com ferramentas que permitam uma observação da alta gerência. O sistema proposto tem como finalidade a identificação de novas capacidades, ou capacidades existentes que podem ser desenvolvidas. A implementação das mesmas se daria da seguinte forma:

Criação de procedimentos de orçamentação para investimentos em capacidades e estruturação de um sistema contábil condizente com as capacidades;

Mudança do sistema de recompensas para que, gerentes operacionais alcancem suas metas estabelecidas. A companhia deve também estar pronta para mudar seus planos iniciais ao longo do desenvolvimento de novos conhecimentos.

Análise de orçamento versus meta de desempenho com metas coerentes;

Em um outro artigo escrito por Kogut e Kulatilaka (1994) existem duas correntes de pensamento que tentam corrigir essa visão distorcida de curto prazo que as empresas têm: uma é a formulação dos investimentos estratégicos como opções reais, e a outra é relacionada às capacidades organizacionais e competências fundamentais. Os autores fazem uma interligação entre essas duas correntes tentando mostrar que as capacidades são opções, pois são investimentos em oportunidades, e que essas capacidades criam plataformas de investimento, que proporcionam a entrada em novos mercados.

Os autores também analisam mais fontes, além das citadas anteriormente, que podem levar as empresas a ter uma visão de curto-prazo e distorcida. Esses aspectos são:

O papel das instituições financeiras: ao analisar as empresas, as instituições financeiras, olham apenas para os números dos balanços e indicadores financeiros, que dizem se a empresa atravessa ou não uma situação saudável. É claro que existem análises mais profundas, mas o que é realmente valorizado é o resultado no curto-prazo que as empresas irão gerar. Isso acaba segregando empresas que tem um grande potencial de longo prazo, e não tem uma situação tão favorável no momento da análise. Deslocando capital e favorecendo as empresas que oferecem melhores resultados de curto prazo;

A forma de planejamento estratégico: algumas técnicas de planejamento estratégico como a técnica da matriz de crescimento e a técnica da análise estrutural da indústria, tem a vantagem de encorajar a alocação de recursos em novos negócios com objetivos de longo prazo, como é o caso da primeira, enquanto a segunda, apesar de mais desenvolvida, tem a vantagem de analisar vários cenários e não está tão voltada para criação de novas capacidades;

As unidades estratégicas de negócio ou UEN: nessa estratégia, cada setor da empresa divide-se em uma UEN independente e comandada por um gerente que é responsável pelo seu desempenho. Mesmo apresentando alguma vantagem, essa maneira de estruturar a empresa leva a uma competição interna que faz com que os gerentes adotem medidas de curto prazo, visando melhorar a performance de suas UENs, ao invés de tomarem decisões que poderiam ajudar a empresa como um todo no longo prazo.

A visão de Dixit e Pindyck (1997) mostra que por um lado a aplicação da regra do VPL pode levar a rejeição de projetos que criam novas opções de investimento, e seria portanto viáveis, como projetos piloto. Mas, segundo eles, nem sempre se pode dizer que a atitude de gerentes que usam a regra do VPL é errada. A experiência desses gerentes, os leva a utilizar altas taxas de desconto dos fluxos de caixa, de forma a adiar a realização de vários projetos (essas taxas são conhecida como “hurdle rates”), logo, de uma certa forma, eles usam o conhecimento adquirido ao longo dos anos, para embutir (involuntariamente) o valor de uma opção no cálculo do VPL. A regra tradicional do VPL (usando taxas de desconto normais, recomendados pela teoria tradicional), no entanto, compara erroneamente a situação de investir hoje com a situação de *nunca* investir, além de assumir um cenário fixo nos seus cálculos. Outra constatação feita por Dixit e Pindyck é a de que o ambiente econômico no qual as firmas operam hoje é muito mais volátil e imprevisível do que há vinte anos atrás, devido à crescente globalização dos



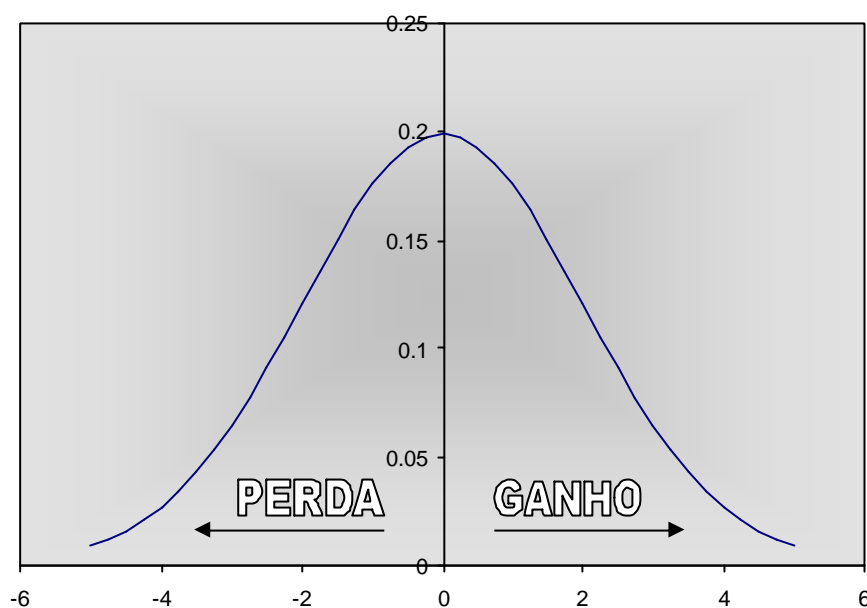
mercados combinados e devido às mudanças mais rápidas no mercado induzidas pela tecnologia. Eles concluem que, independente das causas da incerteza, os gerentes terão de se tornar muito mais sofisticados, entendendo melhor as opções que suas firmas tem e as opções que eles podem criar com investimentos, o que transcende a regra do VPL.

### **3.5. A incerteza e as decisões do investidor**

Muitos poderiam argumentar que o mercado financeiro oferece ferramentas bastante avançadas para proteção do investidor, os conhecidos instrumentos de “hedge”, e que essas ferramentas poderiam reduzir de forma significativa as incertezas do investimento. No entanto, como mostra o teorema de Modigliani e Miller (1983), qualquer redução no risco é compensada por uma redução no retorno, de maneira que a opção de investir não é afetada por qualquer tipo de operação financeira de proteção.

#### **3.5.1. O valor da incerteza**

A incerteza nasce do simples fato de que as variáveis associadas ao investimento podem assumir diferentes estados da natureza em um determinado tempo futuro. Esses possíveis valores de diferentes estados da natureza podem ser estimados e a eles podem ser dadas probabilidades de ocorrência. É possível, portanto, criar uma distribuição de probabilidades para esses valores futuros.



**Figura 1 – Distribuição normal de probabilidade**

Na Figura 1 tem-se uma distribuição normal de probabilidade, uma característica marcante desse tipo de distribuição, é a sua simetria. Se a distribuição de resultados da opção de um projeto for simétrica, o aumento na incerteza não agregará valor a essa opção, pois as chances de ganhar aumentarão na mesma proporção das chances de perder. Acontece que quando o investimento ainda não tiver sido realizado, essa distribuição será assimétrica, pois se as chances de perder forem grandes, o investidor simplesmente não realiza o investimento, caso contrário ele realiza. E é essa assimetria que cria valor.

Dada essa característica da assimetria. Um gerente racional deve tomar decisões de investimento e decisões operacionais, de maneira a maximizar os ganhos quando os resultados das incertezas são positivos e minimizar as perdas quando esses são negativos.

Portanto, a incerteza aumenta o valor da oportunidade de investimento devido à ação gerencial dessimétrica em resposta à mesma. Em outras palavras

a incerteza adiciona valor à opção de investir, devido ao retorno assimétrico que o investimento oferece.

O aumento das incertezas cria uma adição de valor na opção de esperar para investir, pois se o investidor esperar a chegada de novas informações que reduzam a incerteza, ele irá investir se o cenário for favorável e deixará de investir caso contrário. Assim, um aumento da incerteza econômica na grande maioria das vezes é acompanhado por uma redução na disposição de investir.

### 3.5.2. Incerteza econômica x incerteza técnica

Como colocado na introdução do presente trabalho, a incerteza em relação a um investimento pode ser dividida em econômica e técnica.

A incerteza econômica está relacionada aos movimentos da economia, que estão sujeitos a todos os tipos de movimentos aleatórios, como as recessões, guerras, clima, dependência externa da economia local entre outras. Uma característica muito importante dessa forma de incerteza vem do fato de que a realização do investimento não a altera significativamente. Portanto a incerteza econômica é *exógena* ao processo decisório e não pode ser diversificada, ou seja, a gerência aprende esperando e observando “learn by waiting” e não investindo, o que afeta negativamente a tomada de decisão. Já a incerteza técnica não está correlacionada com os movimentos macroeconômicos e sim com as características do investimento sendo, portanto endógena ao processo de investimento. Isso faz com que a realização do investimento reduza esse tipo de incerteza, incentivando os investimentos do tipo passo a passo, no sentido da redução da variância dessa incerteza. Os investimentos passo a passo criam, portanto, um valor adicional chamado de

valor-sombra ou “shadow-value” (precificável pela teoria das opções), ao reduzirem as incertezas técnicas ao longo de sua implantação.

### 3.6. Conceitos simples através de um exemplo

A seguir serão desenvolvidos alguns conceitos de investimento sob incerteza através de um exemplo simples tirado do livro “Investment Under Uncertainty” de Dixit e Pindyck. O exemplo foi modificado, de forma a atender as necessidades deste trabalho.

Considere uma empresa que está decidindo investir em uma fábrica de barcos. O investimento em tal fábrica é totalmente irreversível e a fábrica só pode ser usada para a confecção de um tipo específico de barco, e se por alguma razão o mercado desse produto desaparecer, a empresa não consegue “desinvestir” e recuperar seus gastos iniciais.

Para manter o exemplo bastante simples, será considerado que a fábrica pode ser construída instantaneamente a um custo  $I$ , e que a mesma produz um barco por ano indefinidamente, com um custo operacional nulo.

Hoje o preço de um barco é de  $US\$ 200.000$ , mas ano que vem o preço irá mudar. Com uma probabilidade  $q$ , o preço irá subir para  $US\$ 300.000$ , e com a probabilidade  $(1 - q)$ , irá cair para  $US\$ 100.000$ . Depois de mudado, o preço continuara nesses níveis indefinidamente.

Novamente, para manter as coisas simples, assumir-se-á que o risco sobre o preço futuro dos barcos é totalmente diversificável, ou seja, não está relacionado com o que acontece na a economia como um todo. Portanto a empresa deve descontar o fluxo de caixa futuro da fábrica a taxa livre de risco, tida aqui com 10% ao ano. Por enquanto assumir-se-á que  $I = US\$ 1.600.000$  e  $q = 0.5$ .

Dados esses valores de  $I$  e  $q$ , essa fábrica é um bom investimento? A empresa deve investir agora, ou seria melhor esperar um ano e ver se o preço do barco sobe ou desce? Suponha que a empresa invista agora. Calculando o valor presente líquido desse investimento da forma convencional (notando que o valor futuro esperado do preço do barco é sempre US\$ 200.000), tem-se:

$$VPL = -US\$1.600.000 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{US\$200.000}{(1,1)^n} = -US\$1.600.000 + US\$2.200.000 = US\$600.000 \quad (2)$$

É possível observar que o VPL desse projeto é positivo. O valor atual da fábrica de barcos chamado aqui de  $V_0$  é igual a US\$ 2.200.000, que é maior do que o custo de investimento na fábrica de US\$ 1.600.000. Portanto, segundo a teoria clássica do investimento, a empresa deve construir a fábrica.

Essa conclusão é equivocada, pois os cálculos efetuados acima ignoram um custo – o custo de oportunidade de investir agora, ao invés de esperar e manter a possibilidade aberta de não investir caso o preço do barco caia. Para ver isso é possível calcular o VPL desse projeto de uma outra maneira, dessa vez assumindo que ao invés de investir agora, a empresa irá esperar um ano para investir, e construir a fábrica somente se o preço do barco realmente subir. Nesse caso o VPL é dado por:

$$VPL = \frac{1}{2} \left( \frac{-US\$1.600.000}{1,1} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{US\$300.000}{(1,1)^n} \right) = \frac{US\$850.000}{1,1} = US\$773.000 \quad (3)$$

Se a empresa esperar um ano para decidir se vai investir ou não, o VPL da fábrica hoje é maior, e vale US\$ 773.000, enquanto se a empresa investir hoje seu VPL é de apenas US\$ 600.000. Fica claro que a melhor alternativa é esperar um ano para investir.

É possível observar que se a única escolha da empresa fosse investir agora ou nunca, a melhor alternativa seria investir agora. No caso em que não existe a opção de esperar um ano e, portanto não existe um custo de oportunidade de matar essa opção, a regra clássica do VPL se aplica. Da mesma forma, a empresa realizaria o investimento hoje se ela pudesse “desinvestir” no ano seguinte e recuperar seus US\$ 1.600.000 caso aconteça o cenário do preço do barco cair.

Nesse exemplo é possível observar que duas características do investimento foram necessárias para introduzir o custo de oportunidade da espera no cálculo do VPL. Essas características foram a irreversibilidade e a habilidade de investir no futuro ao invés de investir hoje.

A simplicidade desse exemplo mostra que algumas características elementares como a irreversibilidade e a habilidade de adiar uma decisão podem mudar significativamente a maneira de se analisar um investimento. É claro que o caso exposto acima não condiz com a realidade de um investimento, que é deveras mais complexa, a seguir vamos expor como um investimento real pode ser analisado através do uso de opções.



### 3.7. Ferramentas matemáticas

O ato de investir está diretamente ligado a expectativas futuras. Ao analisar um projeto, o investidor tem que olhar para frente, e tentar enxergar como seu investimento ira responder a inúmeras possíveis mudanças no ambiente em que está inserido. Para isso um modelo do comportamento do projeto sob a ação dessas possíveis mudanças deve ser criado. A seguir as ferramentas matemáticas que irão auxiliar na criação de tal modelo, são desenvolvidas.

É importante observar que os modelos descritos a seguir não devem ser entendidos como modelos da previsão de valores futuros do projeto, eles são apenas aproximações dos possíveis comportamentos do projeto.

#### 3.7.1. Processos estocásticos

Quaisquer variáveis que tenham seus valores alterados ao longo do tempo de maneira incerta seguem os chamados *processos estocásticos*. Esses processos podem ser classificados como *discreto no tempo* ou *contínuo no tempo*. O processo estocástico discreto no tempo é aquele em que o valor da variável muda apenas em certos pontos definidos do tempo, enquanto que em um processo estocástico contínuo no tempo essas mudanças ocorrem em qualquer ponto. Processos estocásticos podem também ser classificados como *variáveis contínuas* ou *variáveis discretas*. Em um processo de variável contínua, a variável pode assumir qualquer valor dentro de um limite estipulado, enquanto que em um processo de variável discreta, a variável pode assumir apenas certos valores dentro desse limite. No trabalho em questão, será estudado apenas o processo estocástico *contínuo no tempo* e de *variáveis contínuas*.

### 3.7.2. Propriedade de Markov

O *processo de Markov* é um tipo particular de processo estocástico onde somente o valor do momento presente da variável é relevante para previsão do futuro, ou seja, toda a informação necessária para a previsão do valor da variável no futuro está contida no seu valor atual. Supondo que uma certa variável tenha um valor  $X$  hoje, ela poderá assumir um valor qualquer amanhã, esse valor de amanhã, tem uma certa distribuição de probabilidade  $f(\mu, s)$ . Amanhã ela terá um valor  $X'$ , e o valor depois de amanhã terá uma distribuição de probabilidade  $f(\mu', s')$ , portanto a distribuição de probabilidade dos valores depois de amanhã é igual a soma das distribuições  $f(\mu, s)$  e  $f(\mu', s')$ , como essas distribuições são independentes, pois seguem a propriedade de Markov, temos que:

$$j(m, s) + j(m', s') = j\left[\frac{(m + m')}{2}, \sqrt{s^2 + s'^2}\right] \quad (4)$$

### 3.7.3. Processo de Wiener

Ao utilizar-se do processo de Markov só que considerando uma distribuição de probabilidade para valores futuros como tendo média zero e variância um -  $f(0, 1)$  estar-se-á criando o chamado *processo de Wiener*. As principais características desse tipo de processo estocástico são as seguintes:

A mudança  $\Delta z$  em uma variável que segue o processo de Wiener, em pequenos intervalos de tempo  $\Delta t$  é:

$$\Delta z = e\sqrt{\Delta t} \quad (5)$$

onde  $e$  é um valor qualquer retirado de uma distribuição  $f(0,1)$ ;

Por seguir um processo de Markov, os valores de  $\Delta z$  para dois diferentes intervalos de tempo são independentes.

Pode-se verificar da primeira propriedade que a média de  $\Delta z = 0$ , já que a distribuição de  $e$  tem média zero e que a variância de  $\Delta z$  é igual a  $\Delta t$ .

O comportamento de certas variáveis aleatórias com as mesmas propriedades das variáveis descritas acima é bastante geral. Pelo fato do comportamento desses tipos de variáveis ser muito abrangente, as mesmas não podem ser usadas em modelos que representem a realidade de maneira consistente. Para isso é necessário adicionar algumas propriedades que serão ajustadas caso a caso, dependendo do que se quer modelar, por exemplo: o preço de uma ação tem o comportamento de uma variável aleatória como o descrito acima, mas ao mesmo tempo, tem uma taxa de crescimento que deve ser considerada no modelo. Já o preço de uma “commodity” tem também o comportamento da variável aleatória descrita, e ao mesmo tempo seu preço tende a um certo preço de equilíbrio. A seguir, algumas dessas propriedades serão explicadas, de acordo com as necessidades do trabalho em questão.

#### 3.7.4. Movimento Browniano geométrico (o caso do comportamento do preço de ações)

Para generalizar-se o processo de Wiener, deixando-o mais próximo do comportamento das ações, devemos acrescentar uma taxa de crescimento ao modelo, chamada em inglês de “drift rate”.

Definimos então, um processo geral de Wiener, como:

$$dx = a \cdot dt + b \cdot dz \quad (6)$$

Onde o primeiro termo da eq.(6) é a taxa de crescimento e o segundo é a parte aleatória do modelo. A questão é que “a” e “b” são constantes, e para que o modelo fique mais próximo do comportamento das ações, devemos fazer com que essas “constantes” variem de acordo com o tempo e com o preço da ação. Temos, portanto, o chamado, processo de Ito:

$$dx = a(x, t) \cdot dt + b(x, t) \cdot dz \quad (7)$$

É tentador sugerir que o preço de uma ação segue um processo geral de Wiener, ou seja, que tenha uma taxa de crescimento constante e uma taxa de variação constate. Mas acontece que esse modelo não captura um ponto chave do preço de ações. Não importa qual o preço da ação, o investidor vai sempre querer um retorno proporcional, ou seja, não importa se a ação vale R\$5.00 ou R\$70.00, o investidor que quiser 7% de retorno vai querer esse retorno em ambas ações.

Tem-se portanto que se o valor da ação é S e a taxa de retorno esperada pelo investidor é  $\mu$  então S terá que aumentar em  $\mu S \cdot \Delta t$  para satisfazer o investidor, logo:

$$\Delta S = \mu \cdot S \cdot \Delta t \quad (8)$$

Com  $\Delta t$  tendendo a zero temos:

$$dS = \mathbf{m} \cdot S \cdot dt \quad (9)$$

$$\frac{dS}{S} = \mathbf{m} \cdot dt \quad (10)$$

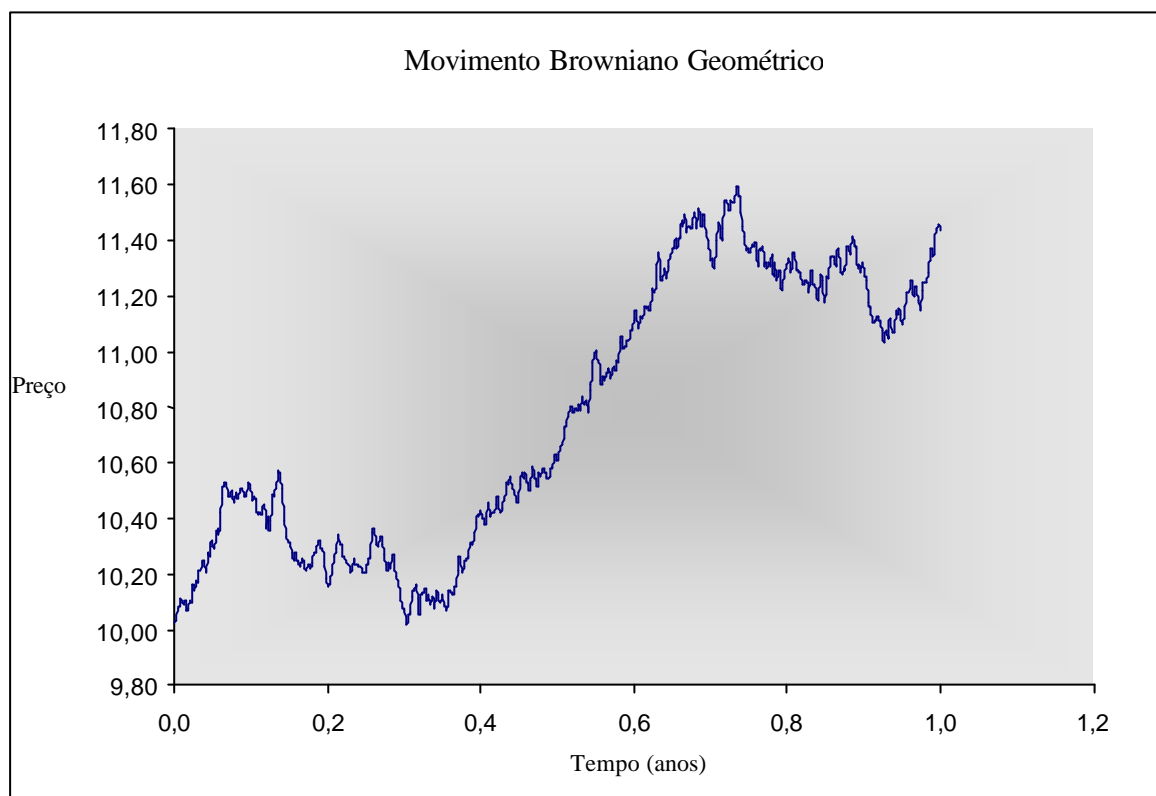
Integrando

$$S_t = S_0 \cdot e^{\mathbf{m}t} \quad (11)$$

Podemos então usar esses resultados para encontrarmos  $a(x, t)$  e  $b(x, t)$ , que são respectivamente  $\mu S$  e  $sS$ , o modelo de preço das ações fica portanto:

$$dS = \mathbf{m} \cdot S \cdot dt + \mathbf{s} \cdot S \cdot dz \quad (12)$$

Esse modelo da eq.(12) é mais usado para descrever o movimento dos preços das ações. Nele  $\mu$  é a taxa esperada de retorno da ação e  $s$  é a volatilidade da ação. Podemos ver que o modelo é uma equação diferencial. A seguir na Figura 2 é possível observar o gráfico de uma simulação feita para uma variável que segue o movimento browniano. Para esse caso foram usados os valores  $S = 10$ ,  $s = 0.07$  e  $\mu = 0.12$ :



**Figura 2 – Gráfico do movimento browniano geométrico**

### 3.7.5. Reversão à média (o caso do comportamento do preço de “commodities”)

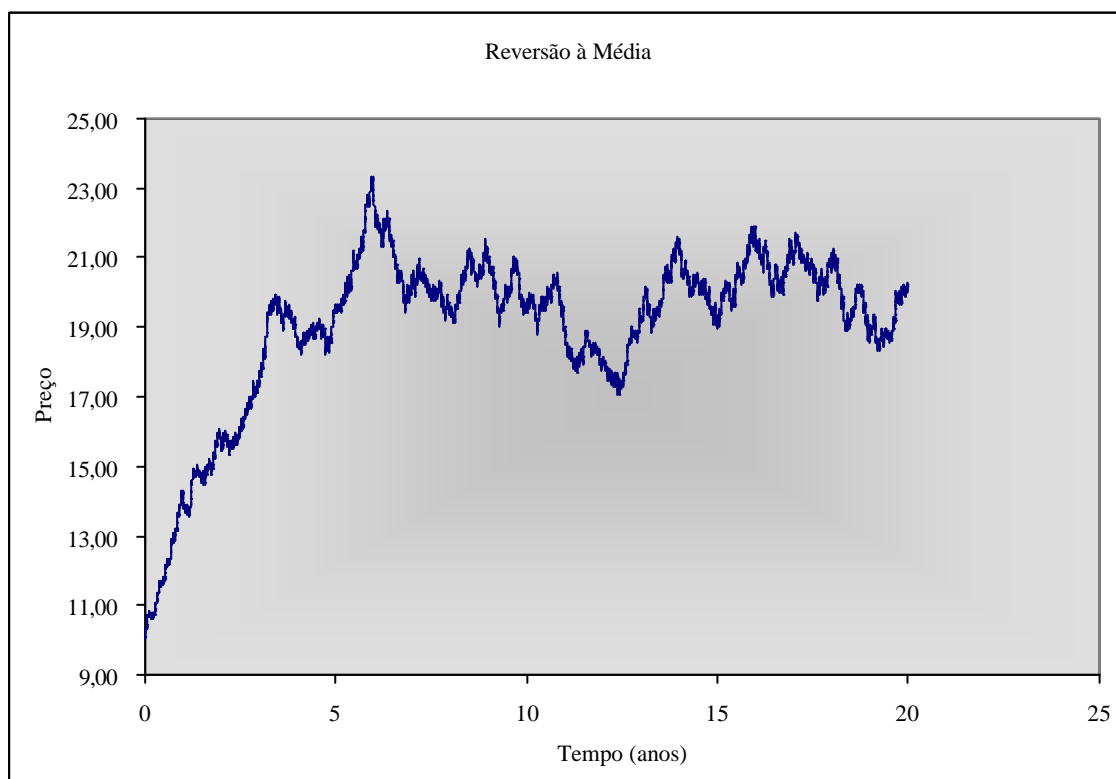
Como explicitado anteriormente, o modelo descrito deve ser adaptado para cada caso estudado, no item anterior vimos o movimento Browniano geométrico geral, que descreve em grande parte o movimento de preço de ativos especulativos (como é o caso das ações). Mas é possível argumentar que o preço de commodities como o petróleo, o trigo e a laranja, apesar de muitas vezes serem modelados como movimento Browniano geométrico geral, devem, de alguma forma, estar relacionados com os custos futuros de produção marginal da commodity. Em outras palavras, enquanto o preço da commodity flutua aleatoriamente no curto prazo (devido a choques na oferta,

fatores meteorológicos, guerras, etc), no longo prazo ele deve tender a retornar ao seu custo marginal de produção.

O processo de reversão à média mais simples, também conhecido como *processo de Ornstein-Uhlenbeck* é o seguinte:

$$dx = \mathbf{h} \cdot (x' - x) \cdot dt + \mathbf{s} \cdot dz \quad (13)$$

Na eq.(13),  $\mathbf{h}$  é a velocidade de reversão, e  $x'$  é o nível “normal” de  $x$ , ou seja, o nível para o qual  $x$  tende a reverter. (Se  $x$  for o preço de uma commodity, então  $x'$  é o custo marginal de produção de longo prazo da commodity.). Na Figura 3 foram usados os valores  $x = 10$ ,  $x' = 20$ ,  $s = 0.07$  e  $\mathbf{h} = 0.03$ :



**Figura 3 – Gráfico de reversão à média**

É possível observar, que apesar da volatilidade, no longo prazo o valor da variável tende a  $x'$ , que nesse caso é vinte.

### 3.7.6. Programação dinâmica

Primeiramente deve ser esclarecido o que é a programação dinâmica. O exemplo do capítulo 3.5.3 analisa se uma empresa deve investir em uma fábrica de barcos ou não. Para tanto, a empresa calcula os fluxos de caixa presentes que resultam do investimento imediato e da espera. Assim, confrontando os resultados dos fluxos, é possível analisar qual é o valor da espera. A programação dinâmica, nada mais é do que um método sistemático e mais abrangente de se fazer tal comparação. A seguir o exemplo dado no capítulo 3.5.3 é generalizado de forma que fique mais evidente o conceito de programação dinâmica.

Deixe  $I$  ser o investimento (custo afundado) da fábrica de barcos, e deixe  $r$  ser a taxa de juros. Suponha que o barco valha atualmente  $P_0$ . A partir do próximo período  $P_1$ , o preço será  $P_0 \cdot (1+u)$  com probabilidade  $q$  e  $P_0 \cdot (1-d)$  com probabilidade  $(1-q)$ .

Suponha agora, que a oportunidade de investimento está presente somente no período atual, se a empresa decide não investir agora, ela não pode mudar de opinião no próximo período. Deixe  $V_0$  denotar o valor presente esperado da receita da empresa se ela investir. Balanceando os valores futuros, de acordo com as respectivas probabilidades e descontando tudo a valor presente, a empresa chega na seguinte equação:

$$V_0 = P_0 + [q \cdot (1+u) \cdot P_0 + (1-q) \cdot (1-d) \cdot P_0] \cdot \left[ \frac{1}{1+r} + \frac{1}{(1+r)^2} + \dots \right] \quad (14)$$



$$V_0 = P_0 \cdot \frac{1 + r + q \cdot (u + d) - d}{r} \quad (15)$$

(Para que a progressão geométrica convirja,  $r > 0$ ). Se  $V_0 > I$  o investimento é feito e a empresa recebe  $V_0 - I$ ; se  $V_0 \leq I$  o investimento não é feito e a empresa não recebe nada. Dado que  $\Omega_0$  é o resultado ou “payoff” do projeto, têm-se que:

$$\Omega_0 = \max[V_0 - I, 0] \quad (16)$$

Agora, considere que a oportunidade de investimento continue aberta para períodos futuros. A empresa deve analisar a possibilidade de deixar de investir no período atual para investir posteriormente. Acontece que a partir do período seguinte, as condições de receita não mudam mais ao longo do tempo, portanto, a decisão da empresa será em investir no período 0 ou no período 1 ou não investir.

Considere que a empresa não vai investir agora para investir no próximo período. Têm-se:

$$V_1 = P_1 + \frac{P_1}{1+r} + \frac{P_1}{(1+r)^2} + \dots \quad (17)$$

$$V_1 = P_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{r}\right) \quad (18)$$

Dessa maneira o resultado do projeto fica:

$$\Omega_1 = \max[V_1 - I, 0] \quad (19)$$

Deixe  $e_1$  ser a média ponderada pela probabilidade do projeto calculada a partir da informação disponível no período 0 têm-se:

$$e_1[\Omega_1] = q \cdot \max \left[ (1+u) \cdot P_0 \cdot \left( 1 + \frac{1}{r} \right) - I, 0 \right] + (1-q) \cdot \max \left[ (1-d) \cdot P_0 \cdot \left( 1 + \frac{1}{r} \right) - I, 0 \right] \quad (20)$$

Dado que a empresa tem que escolher entre investir hoje ou no próximo período, a decisão ótima é aquela que retorna o maior valor presente, portanto a decisão ótima de investimento neste exemplo, denotada aqui por  $F_0$  é:

$$F_0 = \max \left[ V_0 - I, \frac{1}{1+r} \cdot e_1[\Omega_1] \right] \quad (21)$$

Essa é a idéia básica da programação dinâmica. Dividir a seqüência de decisões em duas partes: a escolha imediata e as decisões restantes, sendo que todos os efeitos são considerados na média ponderada pelas probabilidades.

No exemplo colocado, existem apenas dois períodos, mas esse conceito pode ser estendido para muitos períodos de maneira muito simples.

### 3.8. Modelos adotados

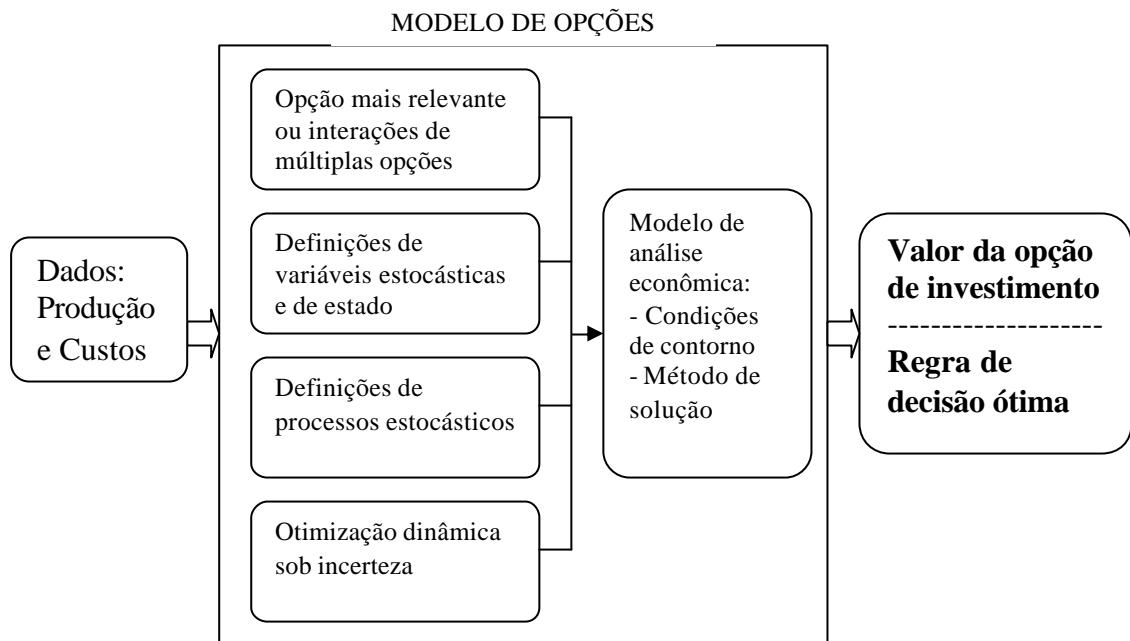
Para que se possa resolver o problema descrito posteriormente nesse trabalho, necessita-se desenvolver um modelo básico de resolução de um problema de investimento sob incerteza.

No presente trabalho, dois modelos de resolução são desenvolvidos para que seja possível comparar os resultados e chegar a conclusões condizentes com a realidade. O primeiro modelo adotado é analítico e o segundo é numérico. A seguir a dedução e explicação dos modelos é apresentada.

#### 3.8.1. Modelo analítico

O modelo analítico adotado foi inicialmente desenvolvido por McDONALD e SIEGEL (1986). Os autores consideraram a seguinte dificuldade: a que ponto é ótimo pagar um custo afundado  $I$  tendo em retorno um projeto cujo valor é  $V$ , dado que  $V$  se desenvolve ao longo do tempo, seguindo um movimento Browniano geométrico.

A Figura 4 considera os elementos de um modelo geral de opções reais em um projeto de produção, o que ajudará a entender as características do modelo descrito.



**Figura 4 – Elementos de um modelo geral de opções reais em um projeto de produção**

Dentro do modelo de opções descrito a seguir, a opção considerada como mais relevante, será a opção de “timing” de investimento, sendo adequado ignorar as outras opções, pois as mesmas perdem sua relevância.

A variável estocástica adotada será o valor do projeto, que, no presente trabalho, será uma proporção do valor do preço da caixa da laranja observada no mercado.

O processo estocástico utilizado será o movimento Browniano geométrico, descrito anteriormente, e que, apesar de não representar de maneira fiel o movimento da variável estocástica associada, pode ser adotado sem comprometer de maneira significativa os resultados, e mantendo a simplicidade do modelo. A seguir tem-se a equação que rege esse processo estocástico:

$$dV = \mathbf{a} \cdot V \cdot dt + \mathbf{s} \cdot V \cdot dz \quad (22)$$

Onde  $dz$  é o incremento de um processo de Wiener. A equação (22) implica que o valor atual do projeto é conhecido, mas valores futuros são distribuídos de forma lognormal e tem uma variância que cresce linearmente com o horizonte de tempo (propriedades do movimento Browniano geométrico). Então, mesmo com novas informações chegando ao longo do tempo (a empresa observa  $V$  modificando-se), o valor futuro do projeto é sempre incerto. No entanto, a equação (22) é claramente uma abstração para a maioria dos projetos reais. Por exemplo, suponha que o projeto acima é aquele da fábrica de barcos citada nos exemplos anteriores. Se o custo variável for positivo e a gerência tem o poder de fechar a fábrica temporariamente quando o preço do barco for menor que o custo variável, e/ou a opção de abandonar o projeto completamente,  $V$  não irá seguir o movimento Browniano geométrico mesmo que o preço do barco siga esse movimento. Mesmo assim essas possibilidades serão ignoradas de forma a simplificar o modelo.

É possível notar que a oportunidade de investimento da firma é equivalente a uma opção de compra “call option” - o direito, mas não o dever de comprar uma ação a um preço pré-determinado. Logo, a decisão de investir é equivalente a decidir quando exercer tal opção. O problema deve ser visto, portanto, como um problema de valoração de opção. Utilizando-se das ferramentas matemáticas explicitadas anteriormente, é possível, através da programação dinâmica derivar a regra ótima de investimento.

O valor da opção de investir será denotado por  $F(V)$ , o que se pretende é achar uma regra que chegue a esse valor. Como o resultado “payoff” de se investir no tempo  $T$  é  $V_T - I$ , o objetivo é maximizar a seguinte função:

$$F(V) = \max e \left[ (V_T - I) \cdot e^{-rT} \right] \quad (23)$$

onde  $e$  denota expectativa,  $T$  é o tempo futuro (incerto) em que o investimento é feito,  $r$  é a taxa de desconto, e a maximização tem como restrição a equação do movimento browniano geométrico para  $V$ .

Para que esse problema faça sentido, têm-se que assumir que  $a < r$ , pois senão quanto maior o tempo maior será o valor presente de  $V$ , de forma que a melhor opção será sempre esperar para investir, não existindo um ponto de máximo na função. Para facilitar a notação é possível adotar  $d$  como sendo a diferença entre  $r$  e  $a$ , ou seja  $d = r - a$  com  $d > 0$ .

Para simplificar o entendimento do modelo é melhor que primeiro seja feita uma análise determinística, ou seja, onde a incerteza não esteja presente. Para isso assumi-se que  $s = 0$  na equação do movimento de  $V$ . Como será mostrado a seguir, mesmo sem a incerteza, ainda existe valor na espera.

Se  $s = 0$ ,  $V(t) = V_0 \cdot e^{at}$ , onde  $V_0 = V(0)$ . Logo dado um certo  $V$ , o valor da oportunidade de investimento assumindo que se invista em algum tempo arbitrário futuro  $T$  é:

$$F(V) = (V \cdot e^{at} - I) \cdot e^{-rt} \quad (24)$$

Supondo que  $a = 0$ . Então  $V(t)$  irá ser constante ou cair com o tempo, logo é claramente melhor que se invista agora se  $V > I$ , e nunca investir caso contrário. Logo

$$F(V) = \max[V - I, 0] \quad (25)$$

E se  $0 < a < ?$  ? Então  $F(V) > 0$  mesmo que agora  $V < I$ , pois eventualmente  $V$  será maior do que  $I$ , e mesmo que  $V$  seja maior do que  $I$  agora pode ser melhor esperar. Para ver isso, basta maximizar a equação (24) em relação a  $T$  temos:

$$\frac{dF(V)}{dT} = -(\mathbf{r} - \mathbf{a}) \cdot V \cdot e^{-(\mathbf{r}-\mathbf{a})} + \mathbf{r} \cdot I \cdot e^{-\mathbf{r}} \quad (26)$$

$$\frac{dF(V)}{dT} = 0 \quad (27)$$

que implica

$$T^* = \max \left[ \frac{1}{\mathbf{a}} \cdot \log \left( \frac{\mathbf{r} \cdot I}{(\mathbf{r} - \mathbf{a}) \cdot V} \right), 0 \right] \quad (28)$$

É possível observar da equação acima que se  $V$  não for muito maior do que  $I$ , o valor de  $T^*$  será maior do que zero. A razão para se esperar para investir em um caso desse, vem do fato do custo do investimento ter um fator de desconto de  $e^{-\mathbf{r}T}$ , em quanto o resultado “payoff” tem um valor de desconto menor de  $e^{(\mathbf{r}-\mathbf{a})T}$ .

A questão que surge então é a seguinte: para que valores de  $V$ , seria ótimo investir imediatamente? Para  $T^* = 0$  é possível deduzir que deve-se investir imediatamente se  $V = V^*$  dado que:

$$V^* = \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r} - \mathbf{a}} \cdot I \quad (29)$$

$$V^* > I \quad (30)$$

Finalmente uma solução determinística para  $F(V)$  é obtida:

$$F(V) = \begin{cases} \frac{a \cdot I}{r - a} \cdot \left( \frac{(r - a) \cdot V}{r \cdot I} \right)^{\frac{r}{a}} & \text{para } V \leq V^* \\ V - I & \text{para } V > V^* \end{cases} \quad (31)$$

Partindo para o caso em que  $s > 0$ , o problema é determinar o ponto em que é ótimo investir  $I$  em retorno por um ativo que vale  $V$ . Como  $V$  tem um comportamento estocástico, não é possível determinar um tempo  $T$ , como foi feito anteriormente. Ao invés disso, a regra de investimento tomará a forma de um valor crítico  $V^*$  tal que seja ótimo investir dado que  $V = V^*$ . Como será possível observar, um alto valor para  $s$  resultará em um alto valor de  $V^*$ , ou seja, um alto valor de incerteza resultará em um alto valor de espera. No caso estocástico, ambos  $a > 0$  e  $s > 0$  criam valor à espera, afetando o tempo de investimento.

Como dito anteriormente, a solução do problema estocástico se dará pela programação dinâmica. Foi explicado, anteriormente, que quando se tem um problema de parada ótima em tempo contínuo, pelo fato da oportunidade de investimento  $F(V)$  não retornar nenhum fluxo de caixa até o tempo de exercício  $T$ , o único retorno que se têm por segurar a opção é a apreciação de capital. Logo, tem-se que:

$$r \cdot F \cdot dt = e(dF) \quad (32)$$

Essa equação, chamada de equação de Bellman, diz que em um intervalo de tempo  $dt$ , o retorno esperado total na oportunidade de investimento,  $r \cdot F \cdot dt$ , é igual ao retorno esperado de apreciação de capital.



Ao usar o lema de Ito para expandir  $dF$ , e utilizando as seguintes notações para expressar as derivadas:  $F_V = \frac{\partial F}{\partial V}$ ,  $F_{VV} = \frac{\partial^2 F}{\partial V^2}$ ,  $K$ . Tem-se:

$$dF = F_V \cdot dV + \frac{1}{2} F_{VV} \cdot dV^2 \quad (33)$$

Substituindo  $dV$  pela equação que descreve o movimento geométrico Browniano (22) e percebendo que  $e(dz) = 0$  tem-se:

$$e(dF) = a \cdot V \cdot F_V \cdot dt + \frac{1}{2} s^2 \cdot V^2 \cdot F_{VV} \cdot dt \quad (34)$$

Depois da divisão por  $dt$ , a equação de Bellman se torna:

$$\frac{1}{2} s^2 \cdot V^2 \cdot F_{VV} + a \cdot V \cdot F_V - r \cdot F = 0 \quad (35)$$

A análise da equação é mais simples, se a substituição  $a = r - d$  for feita. Para garantir a existência de um ótimo, assim como no caso determinístico, é preciso assumir que  $d > 0$ . Com essa notação, a equação de Bellman toma a seguinte forma:

$$\frac{1}{2} s^2 \cdot V^2 \cdot F_{VV} + (r - d) \cdot V \cdot F_V - r \cdot F = 0 \quad (36)$$

A equação acima é bastante geral, e é válida tanto para opções européias como americanas, além de ser válida também para opções de compra “call” e de venda “put”. O que irá determinar o tipo de opção são as condições de contorno usadas para resolução dessa equação diferencial ordinária. Na Tabela 2 essas condições são mostradas:

Valor	Condição de Contorno	Nº
$V = 0$	$F(0)=0$	(37)
$V = V^*$	$F(V^*) = V^* - I$	(38)
Condição de Suavidade	$F_v(V^*) = 1$	(39)

**Tabela 2 – Condições de contorno**

A condição (37) surge da observação de que se  $V$  for para zero, irá continuar em zero, e a opção de investir não terá valor quando  $V = 0$ . As outras duas condições surgem da consideração de investimento ótimo.  $V^*$  é o preço ótimo de investimento, logo a condição (38) é a condição que satisfaz essa qualidade; apenas dizendo que quando o preço de investimento for ótimo, o retorno da opção será  $V^* - I$ . Finalmente, a condição (39) é chamada de condição de suavidade e aponta simplesmente, que no valor crítico  $V^*$  a inclinação da curva de  $F$  é de  $45^\circ$ , ou seja, a mesma da reta  $VPL = V - I$ .

Pelo fato de ser uma equação diferencial ordinária ou EDO, dadas as condições de contorno, é possível encontrar uma solução analítica. Para satisfazer a primeira condição de contorno a solução tem que assumir a forma de:

$$F = A \cdot V^{b_1} \quad (40)$$

onde  $A$  é uma constante a ser determinada e  $b_1 > 1$  é um valor constante conhecido que depende dos parâmetros  $s$ ,  $r$  e  $d$  da equação diferencial. As outras duas condições de contorno podem ser usadas para determinar essas condições restantes. Substituindo (40) em (39) e (38) tem-se:

$$F(V^*) = A \cdot (V^*)^{b_1} \quad (41)$$

$$F_V(V^*) = \mathbf{b}_1 \cdot A \cdot (V^*)^{(b-1)} \quad (42)$$

$$\begin{cases} A \cdot (V^*)^{b_1} = V^* - I \\ \mathbf{b}_1 \cdot A \cdot (V^*)^{(b-1)} = 1 \end{cases} \quad (43)$$

Resolvendo o sistema tem-se

$$V^* = \frac{\mathbf{b}_1}{\mathbf{b}_1 - 1} I \quad (44)$$

e

$$A = \frac{V^* - I}{(V^*)^{b_1}} = \frac{(\mathbf{b}_1 - 1)^{b_1-1}}{\mathbf{b}_1^{b_1} \cdot I^{b_1-1}} \quad (45)$$

As equações (44) e (45) encontram o valor da oportunidade de investimento e a decisão ótima de investimento, ou seja, o valor crítico de investimento  $V^*$  que diz que a melhor coisa a se fazer é investir. Um ponto importante do desenvolvimento dessas equações vem do fato de  $\mathbf{b}_1 > 1$ , daí

vem que  $\frac{\mathbf{b}_1}{(1-\mathbf{b}_1)} > 1$ , logo  $V^* > I$ , mostrando que a regra do VPL está incorreta, já que para investir, o valor  $V^*$  deve ser maior do que o

investimento  $I$ , por um fator  $\frac{\mathbf{b}_1}{(1-\mathbf{b}_1)}$ , que deve ser analisado, pois pode assumir magnitudes consideráveis.

Para se encontrar o valor de  $\mathbf{b}_1$ , é necessário voltar a equação diferencial ordinária de Bellman. Adotando-se as soluções do tipo  $A \cdot V^b$  e

substituindo-se as mesmas na equação de Bellman, chega-se a seguinte equação quadrática:

$$\frac{1}{2} \mathbf{s}^2 \cdot \mathbf{b} \cdot (\mathbf{b} - 1) + (\mathbf{r} - \mathbf{d}) \cdot \mathbf{b} - \mathbf{r} = 0 \quad (46)$$

Encontrando-se as raízes dessa equação tem-se

$$\mathbf{b}_1 = \frac{1}{2} - \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{d})}{\mathbf{s}^2} + \sqrt{\left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{d}}{\mathbf{s}^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{s}^2}} > 1 \quad (47)$$

e

$$\mathbf{b}_2 = \frac{1}{2} - \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{d})}{\mathbf{s}^2} - \sqrt{\left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{d}}{\mathbf{s}^2} - \frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{s}^2}} < 0 \quad (48)$$

Achando esses betas é possível inferir que a solução geral para a equação de Bellman pode ser escrita como:

$$F = A_1 \cdot V^{\mathbf{b}_1} + A_2 \cdot V^{\mathbf{b}_2} \quad (49)$$

Onde  $A_1$  e  $A_2$  são constantes a serem determinadas. O que acontece é que com as condições de contorno especificadas, especialmente com a condição (37), fica implícito que  $A_2 = 0$ , deixando a solução da forma (40).

É bastante importante perceber as limitações desse modelo analítico dado que o mesmo não pode ser aplicado a qualquer caso em que se queira achar o valor de uma opção de espera. As principais limitações do modelo vêm do fato do mesmo adotar o movimento browniano geométrico como regente do valor do

projeto, pois se esse valor seguir um movimento muito diferente do adotado, os resultados poderão estar bastante fora da realidade. Outra questão importante é o horizonte de investimento, no modelo proposto acima o horizonte de investimento é tido como infinito, enquanto que em um projeto real esse horizonte pode ser bastante limitado.

### 3.8.2. Modelo numérico

O modelo numérico adotado é baseado na simulação de Monte Carlo. Primeiramente é desenvolvido um fluxo de caixa livre do projeto, que descontado a uma certa taxa, leva a obtenção do valor presente do fluxo.

Esse valor presente do projeto é função do preço do ativo vendido pela empresa, do custo de produção do mesmo, da quantidade vendida e das taxas de desconto utilizadas. É claro que existem outros fatores que influenciam o valor presente do projeto, mas esses não são tão relevantes.

Dados o fluxo de caixa e os fatores que o influenciam, é possível, por exemplo, modelar a incerteza dos preços fazendo com que os mesmos sigam movimentos brownianos geométricos, ou movimentos de reversão à média, dependendo do ativo utilizado, é possível também modelar a incerteza em relação aos custos e em relação às taxas de desconto.

Com o modelo pronto é possível realizar muitas simulações e achar qual a distribuição de probabilidade do valor presente do projeto dado todas as incertezas em relação aos fatores que o definem. Com essa distribuição e o valor do investimento, é possível achar facilmente o valor da opção de espera.

#### 4. MONOPÓLIO, COMPETIÇÃO E A HABILIDADE DE ADIAR O INVESTIMENTO

O fato de o gerente de uma empresa ter a habilidade de esperar para investir cria valor para o mesmo, a partir do momento que essa condição permite a observação e o desenrolar de futuros acontecimentos. Reduzindo as chances de ocorrência de erros que tenham elevadíssimos custos, caso ocorram cenários desfavoráveis, e criando condições para que o projeto seja concretizado sob condições mais vantajosas caso os eventos futuros caminhem para um cenário mais favorável.

Quando o investidor detém uma patente (que tem uma vida de 8 anos, por exemplo), sabe-se exatamente o tempo de duração dos seus direitos, ou quando a empresa tem uma tecnologia que não pode ser duplicada, ou mesmo quando a companhia tem um “know-how” específico e único no mercado. Nesses casos, diz-se que a firma tem uma *opção de investimento proprietária* ver KESTER (1984), pg. 156. Já em um ambiente sem direitos exclusivos, o tempo de duração de uma oportunidade de investimento será dado em função da entrada de novos concorrentes no mercado. Nesse caso diz-se que a firma tem uma *opção de investimento compartilhada*. O valor da espera depende bastante da intensidade de competição específica do setor da indústria e do mercado que se tem por objetivo atingir.

Ao considerar-se o caso extremo de competição perfeita, em que existe uma grande quantidade de empresas no mercado, todas com as mesmas competências e o mesmo nível de informação, seria possível supor que a espera não teria nenhum valor. Mas como as empresas são homogêneas e compartilham das mesmas expectativas, elas sabem que quando for ótimo para uma empresa entrar, será ótimo para todas entrarem, causando um excesso de oferta no mercado e conseqüentemente uma derrubada dos preços. Portanto

sempre que a empresa for considerar entrar no mercado, ela irá exigir um VPL consideravelmente maior do que zero, pois sabe da existência de uma barreira de preço nesse mercado, que é exatamente o preço ótimo de entrada para todas as empresas. Essas observações levaram DIXIT e PINDYCK (1994), cap.8, eq. 9 pg. 256 a uma conclusão um tanto quanto interessante: para um mesmo processo de demanda, o preço de entrada na competição perfeita onde a espera não é tão valiosa é o mesmo do monopólio em que a espera é valiosa, pois na competição perfeita, a expectativa de queda dos preços causada pelo excesso de oferta, faz com que as empresas exijam um preço elevado para realizar um investimento, enquanto que no monopólio é a habilidade de esperar para investir, que faz com que a empresa exija um preço elevado para investir imediatamente.

## **5. ANÁLISE DO PROBLEMA PROPOSTO**

### **5.1. Definição do problema**

A fazenda de citricultura estudada localiza-se em Araraquara cidade do estado de São Paulo, e conta com:

- 82 funcionários;
- 744 alqueires (1801 hectares);
- 413.091 árvores de laranja (plantados);
- 299.661 árvores produtivas;

A fazenda de laranja já tem 248 alqueires (600 hectares), ou 34,58% da área total, irrigados pelo sistema denominado auto-propelido. Esse sistema funciona corretamente, mas apresenta algumas desvantagens em relação a um novo método de irrigação chamado de gotejamento. O problema resume-se em definir se a fazenda deve ou não investir nessa nova forma de irrigação, e em que escala deve fazer isso.

Como os citricultores passam por uma situação difícil, é de extrema importância que essa decisão de investimento seja tomada de maneira racional, maximizando o valor da fazenda. A forma com a qual o investimento é visto: sob a luz da incerteza, pode mudar significativamente as escolhas dos agentes tomadores de decisão. O objetivo deste trabalho é, portanto, mostrar como essa nova visão de investimento pode mudar ou enfatizar as decisões tomadas pelos administradores da fazenda.



## **5.2. Situação da citricultura no Brasil**

Segundo PAULILLO (2000) a citricultura brasileira apresenta recursos de poder (financeiros, de informação e organizacionais) escassos porque seu complexo agroindustrial foi constituído sob o foco estratégico da demanda internacional de suco concentrado de laranja.

A citricultura foi um dos segmentos agropecuários que se integraram mais rapidamente na nova dinâmica agrícola brasileira segundo KAGEYAMA (1987). Isso aconteceu, pois essa indústria converteu-se em condição de acumulação da indústria de bens de capital, através do intenso processo de regulação do Estado.

Desde o processo de modernização, o Estado financiou a constituição do parque industrial cítrico no interior paulista e à expansão da produção agrícola de variedades próprias ao processamento. O vínculo entre a expansão nacional e o crescimento do mercado externo determinou que a indústria processadora fosse o agente detentor dos recursos de poder significativos, pois é a indústria que possui a ligação com os distribuidores internacionais.

A enorme assimetria de poder no território citrícola persiste desde a constituição de seu complexo agroindustrial. Só que a intensidade nunca foi a mesma. Nos anos 60 e 70, os produtores tinham as facilidades de financiamentos para realização de seu planejamento produtivo. Mesmo que para o escoamento da produção fosse necessária a industrialização, e o mercado internacional de suco concentrado, os produtores tinham o respaldo da política agrícola do governo federal e a retaguarda dos bancos estatais para a realização dos investimentos. A regulação estatal ampliava os recursos dos produtores agrícolas com as linhas de crédito a juros negativos e a expansão do quadro de assistência técnica no território citrícola. Nesse período isso foi

um fator de atenuação da grande assimetria de poder entre os citricultores e a indústria.

A crise fiscal do Estado e a queda das linhas de crédito reduziram os recursos dos produtores de laranja. Com isso a assimetria se intensificou, pois a indústria elevou a sua capacidade de articulação e de negociação. Depois disso, mecanismos de governança específicos como o contrato-padrão de laranja, foram criados com o objetivo de estabilizar o ambiente institucional, mas não foram tão eficazes no combate a assimetria de poder.

Portanto, a manutenção da heterogeneidade de interesses e da dispersão estratégica das associações representantes da citricultura reduziu largamente a capacidade de negociação dos produtores de laranja. Ao mesmo tempo, a indústria unificou o seu interesse na ABECITRUS (Associação Brasileira dos Exportadores de Sucos Cítricos), e a concentração industrial facilitou esse movimento estratégico. Isso significa que a discrepância dos poderes de negociação da indústria, e os poderes da citricultura, nunca estiveram tão elevados na história de desenvolvimento desse mercado como atualmente.

### **5.3. Situação da fazenda**

A fazenda pode ser considerada de pequeno porte para o mercado em que está inserida. Logo, como foi observado, o poder de barganha dessa fazenda é quase inexistente. Os preços estabelecidos pela indústria de suco de laranja só serão modificados em casos de choque de demanda, ou diminuição considerável da oferta causada principalmente por fatores climáticos ou doenças relacionadas a citricultura. Para sobreviver, a fazenda tem que aumentar sua produtividade de maneira significativa.

Existem duas maneiras da fazenda aumentar sua produtividade: reduzindo os custos, ou aumentando a receita. O aumento da receita pode ser alcançado com o investimento em um novo método de irrigação chamado de gotejamento.

#### **5.4. Métodos de irrigação (Gotejamento x Auto-propelido)**

O método de irrigação denominado auto-propelido consiste em um canhão que borrifa a água, sob alta pressão, sobre a plantação. Essa técnica é bastante simples e difundida na citricultura, assim como em outras culturas.

O gotejamento foi uma técnica de irrigação desenvolvida em Israel, e sua finalidade inicial era evitar o desperdício de água. Israel é um país muito árido, e grande quantidade da água borrifada sobre a plantação evapora-se. Já que a água é um recurso escasso em tal região, pesquisadores desenvolveram uma técnica que leva a água até a base das plantas, e como o próprio nome diz, deixa um fluxo contínuo de gotas encharcarem a área. Apesar de ter o intuito inicial de economizar água, tal técnica trouxe uma série de outras vantagens para as culturas que utilizavam-na.

As principais vantagens do gotejamento, comparativamente à irrigação auto-propelida, são:

- Maior produtividade;
- Menor gasto de água: por não molhar toda a superfície do solo e apresentar maior eficiência de irrigação, utiliza até 30% a menos de água;
- Menor incidência de doenças foliares: por não molhar a folhagem e os frutos, favorece menor incidência de doenças da parte aérea, reduzindo perdas na produção e na qualidade de frutos;
- Maior flexibilidade no uso da fertirrigação: os fertilizantes são aplicados via água, junto às raízes das plantas, em regime de alta frequência conforme as necessidades das plantas. Isso é possível devido a homogeneidade da distribuição da água.

O gotejamento vem se tornando, com a redução do custo do sistema nos últimos anos, uma opção viável para a irrigação do pomar. A viabilidade econômica, todavia, está condicionada a um manejo racional da água de irrigação, da manutenção do equipamento e da utilização de vantagens como a fertirrigação, para o aumento da produtividade do pomar.

Portanto o gotejamento apresenta algumas vantagens comparativas em relação ao sistema de irrigação auto-propelido, as desvantagens vem nos custos de investimento, instalação e manutenção do equipamento.

## **5.5. Parâmetros de entrada do modelo**

### **5.5.1. Modelo Analítico: $s$ , $d$ e $\sigma$**

No caso estudado, o parâmetro  $\sigma$ , pode ser substituído pelo parâmetro  $r$ , que representa a taxa livre de risco. A grande vantagem do modelo analítico adotado, é que a quantidade de parâmetros a serem estimados é pequena, reduzindo a incerteza em relação aos mesmos. Outra grande vantagem do modelo vem do fato de que esse não depende das expectativas dos investidores, assumindo que esses sempre preferem mais a menos, e principalmente que concordam com o valor da volatilidade do projeto. A seguir esses parâmetros serão mais bem explicados.

#### **5.5.1.1. Volatilidade ( $s$ )**

No modelo analisado, a volatilidade é o desvio padrão da taxa de variação da variável estocástica associada ao projeto por unidade de tempo, a volatilidade é, na maioria das vezes, representada em termos de percentagem ao ano. O valor da opção depende muito do valor da volatilidade, pois é esse parâmetro que quantifica a incerteza dentro do modelo. O cálculo da volatilidade pode ser feito através de séries históricas de dados, acrescidas de análise de cenários futuros, que podem vir a retratar qual a incerteza futura em relação ao projeto.

#### **5.5.1.2. Taxa de dividendo ( $d$ )**

No modelo adotado, a taxa de dividendo, nada mais é do que um custo de oportunidade de não aumentar a produtividade das árvores de laranja pela

irrigação. Ou seja, é a taxa de distribuição do fluxo de caixa do projeto ao longo do tempo. Esse parâmetro deve ser estimado, de maneira que represente qual o custo de oportunidade da fazenda, levando em consideração a situação do mercado em que está inserida, no caso estudado um oligopsonio. Pode-se obter esse parâmetro através de uma análise dos fluxos de caixa projetados do projeto, ou como alternativa, pode-se obter esse parâmetro no mercado, observando o mercado à vista e o futuro, e analisando qual é a taxa que o mercado está utilizando para precificação do futuro. Para o modelo ser consistente, o valor da taxa de dividendo deve ser positivo, pois de outra maneira não haveria custo de oportunidade em se esperar, e o investimento nunca seria feito.

#### **5.5.1.3. Taxa de desconto ( $\delta$ )**

Essa é a taxa que irá descontar os possíveis fluxos de caixa. No caso estudado pode-se assumir que  $\delta$  é igual a taxa livre de risco ( $r$ ). É importante dizer que existe um consenso na literatura sobre o assunto, de que a taxa que deve ser utilizada deve ser uma taxa de juros real depois dos impostos.

#### **5.5.2. Modelo Numérico $s$ , $\delta$ , $\rho$ e $x'$**

Os parâmetros  $s$ ,  $\delta$  são os mesmos descritos no caso do modelo analítico. A diferença é que na simulação numérica ao invés de um valor para  $\delta$ , são utilizados diversos valores que compõe uma curva de juros (nesse caso a curva do cupom cambial). Os outros dois parâmetros são elucidados a seguir.

#### **5.5.2.1. Velocidade de reversão (?)**

Se  $\gamma = 0$  o modelo numérico fica bem próximo ao modelo analítico do movimento Browniano, a medida que se aumenta esse parâmetro o valor do processo de reversão à média fica cada vez mais próximo ao parâmetro  $x'$  (explicado a seguir), de forma mais rápida. Logo a sua estimação deve ser feita dependendo da velocidade em que o preço da caixa de laranja tender a um preço de equilíbrio.

#### **5.5.2.2. Preço de equilíbrio ( $x'$ )**

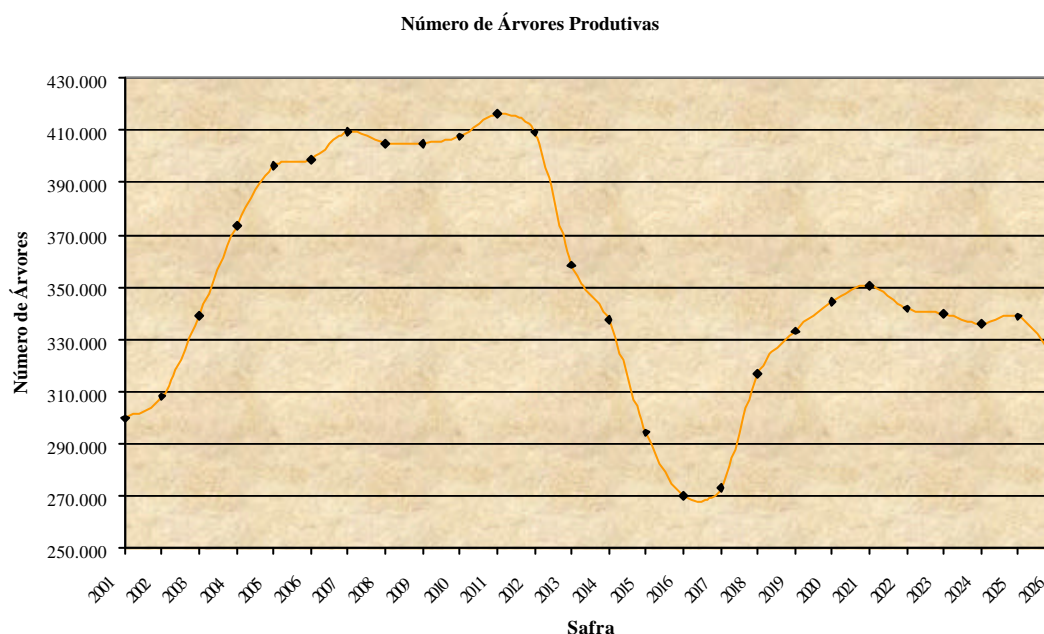
No processo de reversão à média o preço do ativo simulado tende a um certo preço de equilíbrio. No caso de commodities esse preço de equilíbrio é geralmente o custo marginal de produção da commodity.



## 5.6. Dados utilizados nos modelos

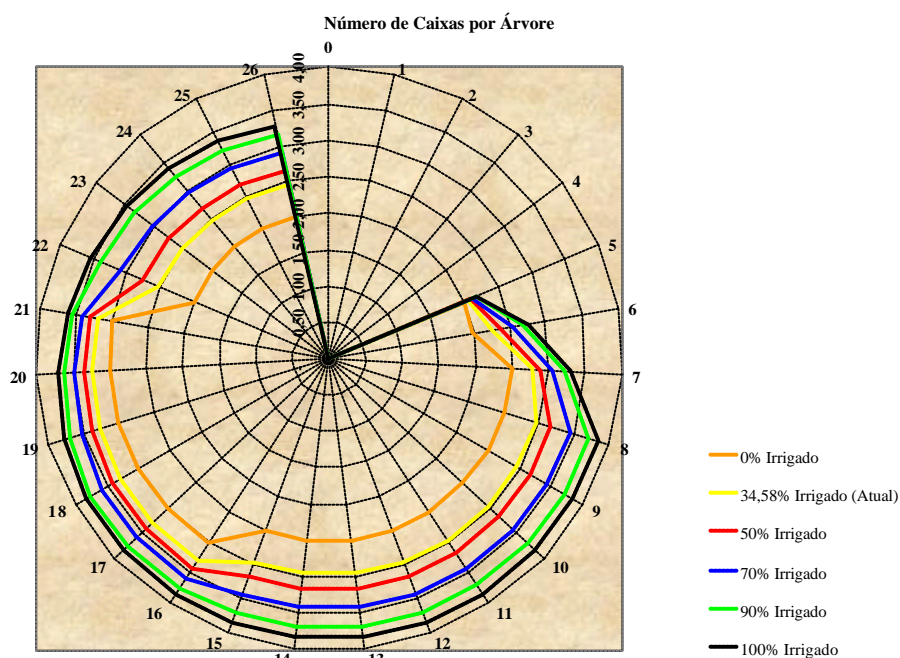
A seguir estão expostos os dados utilizados nos modelos descritos anteriormente. Os fluxos de caixa estimados foram baseados nas condições atuais da fazenda.

A “vida útil” média de uma árvore de laranja é de cerca de vinte e cinco anos. Nos quatro primeiros anos de vida essa árvore não irá produzir nenhum fruto, portanto, árvores nessa faixa etária são consideradas como não-produtivas. O pomar da fazenda tem uma certa taxa de renovação de árvores, que é definida pela quantidade de mudas que a fazenda é capaz de suportar. No gráfico seguinte, é possível observar o ciclo de renovação das árvores, que está disposto na forma de quantidade de árvores produtivas em relação ao tempo.



**Figura 5 – Gráfico da quantidade de árvores produtivas na fazenda**

A seguir é possível observar a produtividade de uma árvore de laranja de acordo com a idade da mesma, e também de acordo com o grau de irrigação da fazenda. A produtividade considerada é uma média ponderada da proporção da fazenda que está irrigada e da proporção que não está, ou seja, se 60% da fazenda for irrigada e 40% não, a produtividade considerada será de 60% vezes a produtividade de árvores totalmente irrigadas mais 40% vezes a produtividade de árvores sem irrigação.



**Figura 6 – Produtividade de uma árvore de laranja**

Depois de definir-se o número de árvores produtivas na fazenda e seu ciclo, e de definir a produtividade dessas árvores, é possível calcular e projetar qual o número de caixas produzidas na fazenda dependendo do grau de irrigação da mesma. A seguir é possível observar esse número ao longo do tempo.

Projeção do Número de Caixas

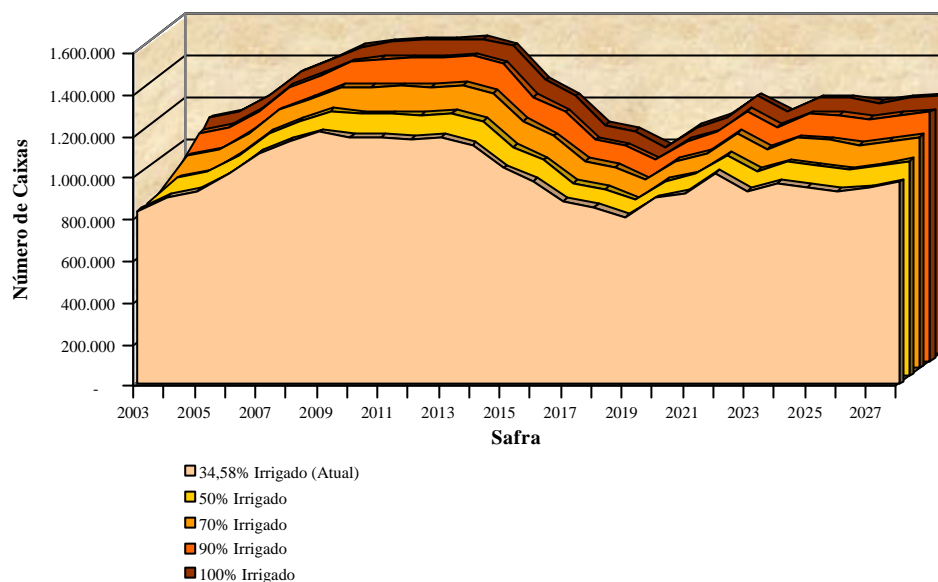


Figura 7 – Projeção do número de caixas produzidas

Depois de definida a projeção do número de caixas produzidas na fazenda, é possível projetar a receita da fazenda estimando-se o preço da caixa de laranja.

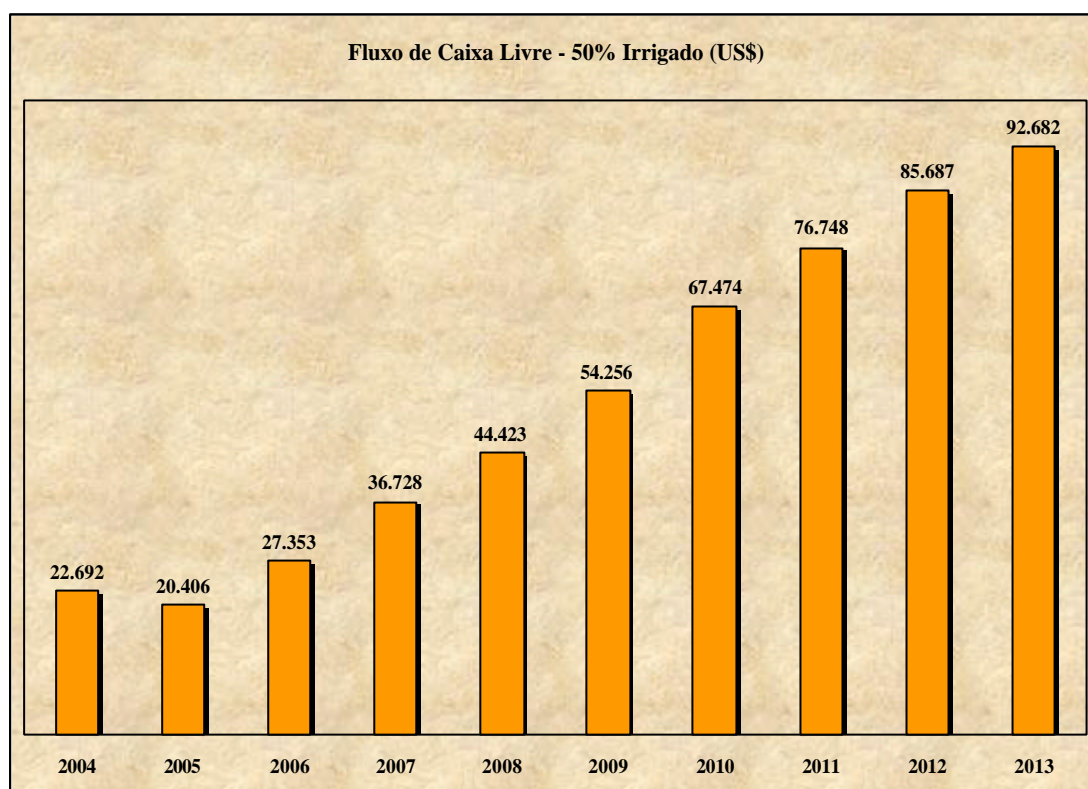
Como o intuito do trabalho é analisar o investimento em uma nova tecnologia de irrigação, o fluxo total da fazenda não é relevante para a decisão em si. É necessário estimar-se o fluxo gerado somente pelo investimento em irrigação, ou seja, é necessário calcular qual é o aumento na receita e nos custos da fazenda com a inclusão do novo sistema de irrigação, para que se possa determinar em que grau esse novo sistema deve ser incluído.

Com a inserção de um novo sistema de irrigação, a receita da fazenda irá aumentar proporcionalmente ao aumento da produtividade de cada árvore. Além da receita, alguns custos e despesas irão surgir. Todo esse cálculo foi

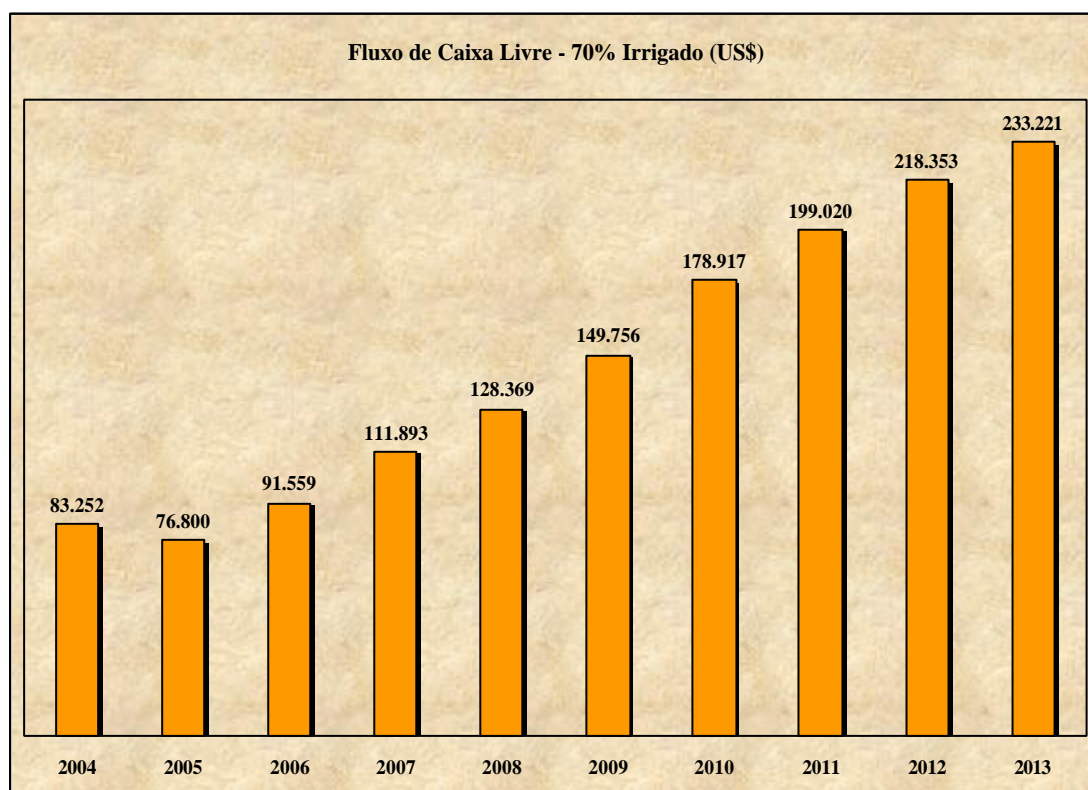
realizado, de forma que um fluxo de caixa livre (estimado) para o investimento em irrigação foi encontrado. A palavra “estimado” foi empregada pelo simples fato de existirem incertezas nos cálculos da projeção do fluxo de caixa.

Os fluxos apresentados a seguir podem ser classificados como fluxos médios e serão utilizados para o cálculo do valor da opção de espera.

Muitas incertezas estão relacionadas a esses fluxos, mas as incertezas mais relevantes são aquelas relacionadas ao preço da caixa de laranja e ao custo variável da mesma. Portanto o modelo será definido pela incerteza do preço da caixa de laranja e pela incerteza do custo da mesma. O preço da caixa de laranja utilizado no cálculo do fluxo médio foi de US\$ 2,92 / caixa, que é o preço médio da caixa de 40,8 kg de laranja das últimas cinco safras relevantes. E o custo da caixa de laranja estimado foi de US\$ 2,02 / caixa, que é o custo referente também às últimas cinco safras. É importante destacar que esse custo incluído é o custo que a fazenda estudada tem especificamente, portanto esse não é o custo da caixa para o mercado.

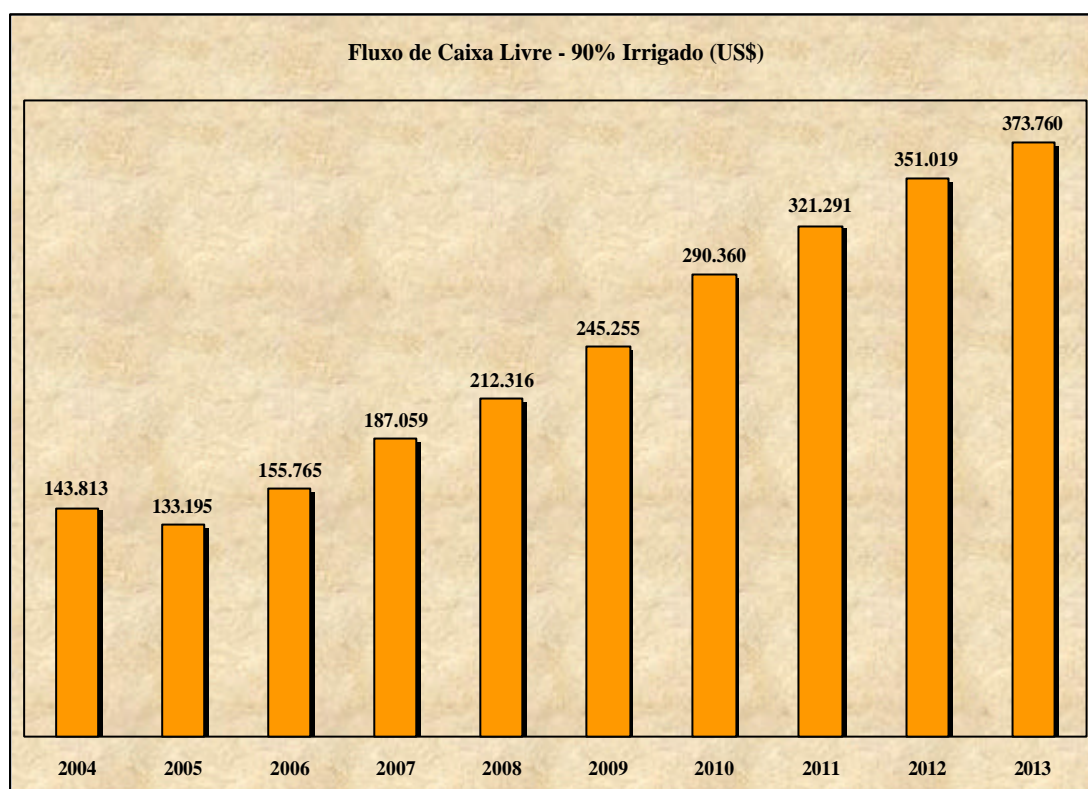


**Figura 8 – Fluxo de caixa médio com 50% de irrigação**

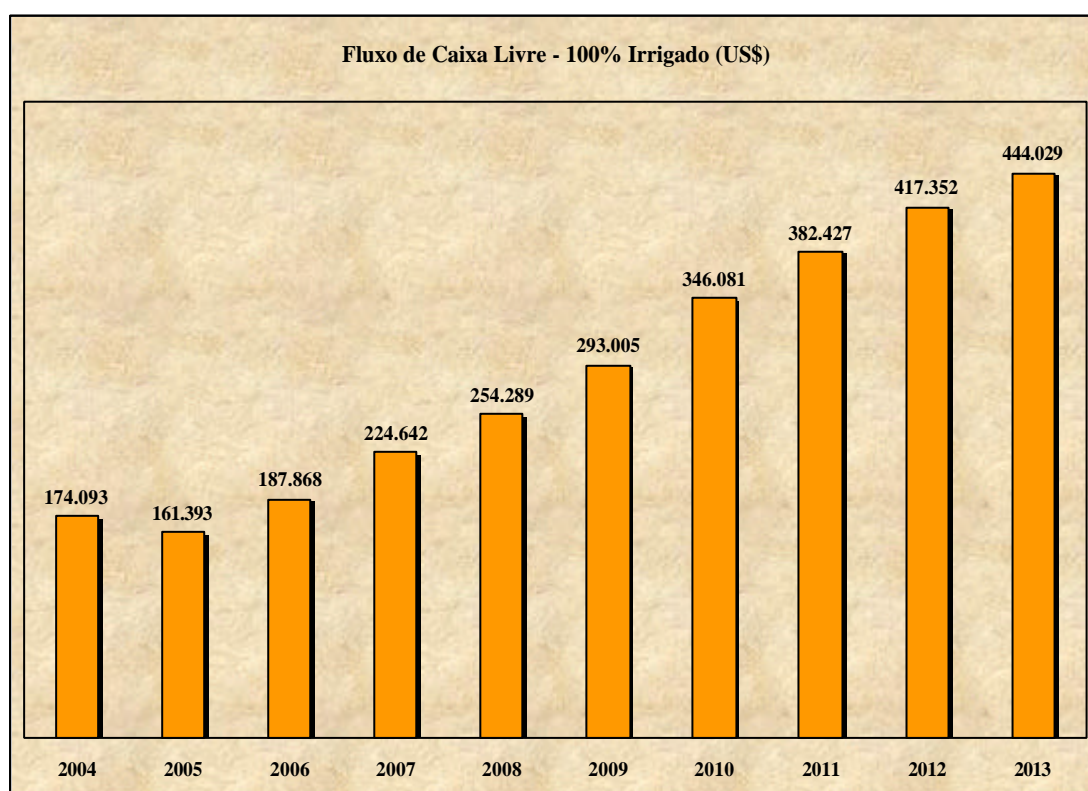


**Figura 9 – Fluxo de caixa médio com 70% de irrigação**





**Figura 10 – Fluxo de caixa médio com 90% de irrigação**



**Figura 11 – Fluxo de caixa médio com 100% de irrigação**

É possível observar algumas características interessantes dos fluxos de caixa apresentados acima.

A primeira característica importante vem do fato do fluxo ter apenas dez anos, isso acontece devido à vida útil da máquina ser limitada, ou seja, com o tempo os custos de manutenção e reposição de peças, assim como a eficiência da máquina vai tornando sua operação inviável. Uma sugestão para futuros trabalhos sobre esse assunto é a consideração de uma opção de abandono nesse caso. Outra razão para o fluxo ter apenas dez anos vem do fato de que o número de árvores produtivas irá cair de forma bastante significativa no prazo de dez anos, devido ao ciclo de vida das árvores.

Outra característica bastante evidente nos gráficos acima vem da observação de que todos os fluxos parecem crescentes, esse fato nasce de uma característica intrínseca da fazenda que é a sua curva de número de caixas produzidas ao longo do tempo (Figura 7). Essa curva é definida pela quantidade de árvores existentes e pela produtividade dessas árvores que é por sua vez função da idade e do grau de irrigação das mesmas.

Com todos os dados sobre os fluxos de caixa, para que seja possível calcular os valores presentes médios dos mesmos, é necessário obter as taxas de desconto. As taxas utilizadas para o presente trabalho foram retiradas da curva de cupom cambial do dia 05/10/2003, e estão na Tabela 3 e na Figura 12 seguir:

Ano	Taxa
2004	1,73%
2005	3,81%
2006	5,56%
2007	6,99%
2008	8,01%
2009	8,21%
2010	8,08%
2011	8,08%
2012	8,08%
2013	8,08%

Tabela 3 – Cupom Cambial

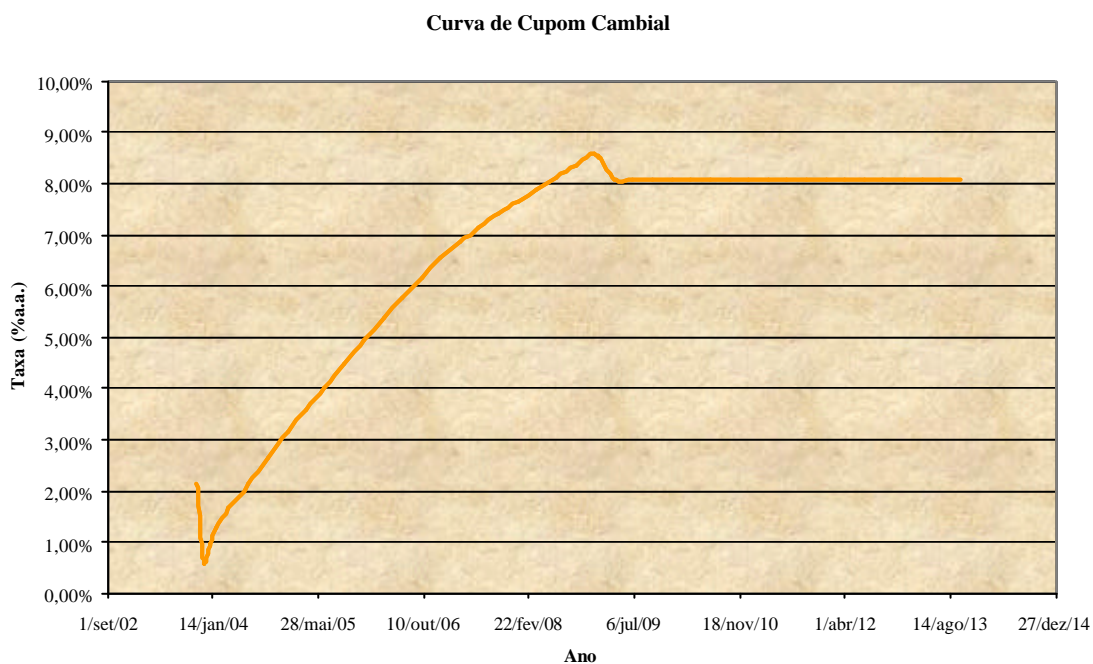


Figura 12 – Curva de cupom cambial (Taxa Livre de Risco em US\$)

Dados os fluxos e as taxas acima é possível calcular o valor do investimento crítico  $V^*$  que torna o investimento atrativo no momento da análise. Se o fluxo de caixa descontado for maior do que  $V^*$  o investidor deve exercer a opção e implementar o sistema de irrigação agora, senão ele deve



esperar que as condições do mercado melhorem de forma a aumentar o valor do seu fluxo de caixa descontado permitindo o investimento na irrigação.

## 6. RESULTADOS OBTIDOS

Os valores presentes médios de cada cenário foram calculados e estão expressos na Tabela 4 e na Figura 13:

% da Fazenda Irrigada	VP(US\$)	Investimento	VPL(US\$)
50%	\$322.123	-\$189.486	\$132.637
70%	\$923.430	-\$435.253	\$488.177
90%	\$1.524.737	-\$681.020	\$843.717
100%	\$1.825.391	-\$803.904	\$1.021.487

Tabela 4 – Valores presentes

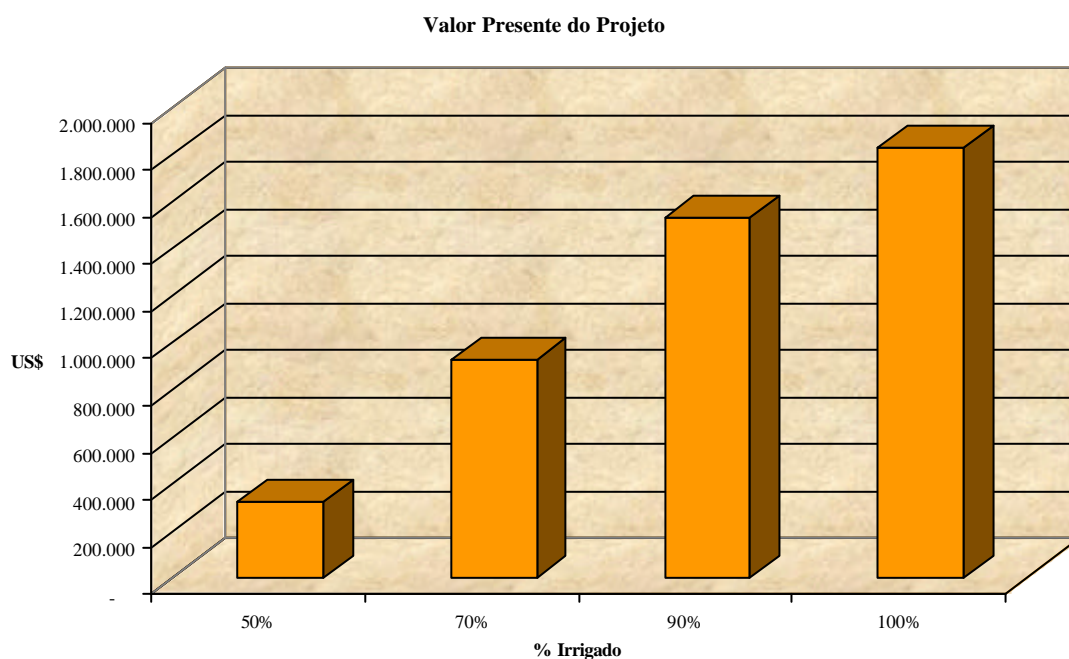


Figura 13 – Gráfico do valor presente do projeto

Usando o modelo analítico explicado no capítulo 3.8.1 é possível calcular um valor para  $V^*$  e comparar o mesmo com os valores calculados

acima. Dessa forma será possível dizer se é recomendável realizar o investimento.

Os parâmetros utilizados para o cálculo de  $V^*$  influenciam de maneira significativa os resultados obtidos, portanto, os mesmos têm de ser estimados de maneira muito cuidadosa, pois terão grande impacto no processo decisório.

A volatilidade utilizada tanto no modelo analítico quanto no modelo numérico foi obtida através da análise dos dados históricos do preço da caixa de laranja no mercado brasileiro. O resultado obtido foi de 27% a.a.

A taxa de conveniência utilizada, que representa o custo de oportunidade de investir-se em um empreendimento como este, foi calculada especificamente para a empresa estudada e ficou em 5%. Nesses 5% já está embutida a taxa livre de risco, na verdade, a taxa de conveniência é o prêmio pago por este empreendimento sobre a taxa livre de risco.

Com todos esses dados em mãos é possível realizar os cálculos de  $V^*$ . A Tabela 5 traz os resultados do modelo:

% da Fazenda Irrigada	Investimento (US\$)	$V^*$ (US\$)
50%	-\$189.486	\$427.248
70%	-\$435.253	\$981.396
90%	-\$681.020	\$1.535.545
100%	-\$803.904	\$1.812.620

**Tabela 5 – Valor crítico de investimento**

Depois de calculado  $V^*$ , é possível observar quando  $VP > V^*$ , de maneira que nessa situação, o investimento deve ser realizado imediatamente, de outra forma o melhor a fazer é esperar.

% da Fazenda Irrigada	VP(US\$)	V* (US\$)
50%	\$322.123	\$427.248
70%	\$923.430	\$981.396
90%	\$1.524.737	\$1.535.545
100%	\$1.825.391	\$1.812.620

Tabela 6 – Comparação do VP com V\* (Analítico)

Na Tabela 6 fica claro que pela análise através da incerteza, o investimento deve ser feito imediatamente apenas no caso de 100% da fazenda ser irrigada, para os outros cenários o investidor deve esperar, para que novas informações cheguem ao mercado diminuindo as incertezas e/ou os custos.

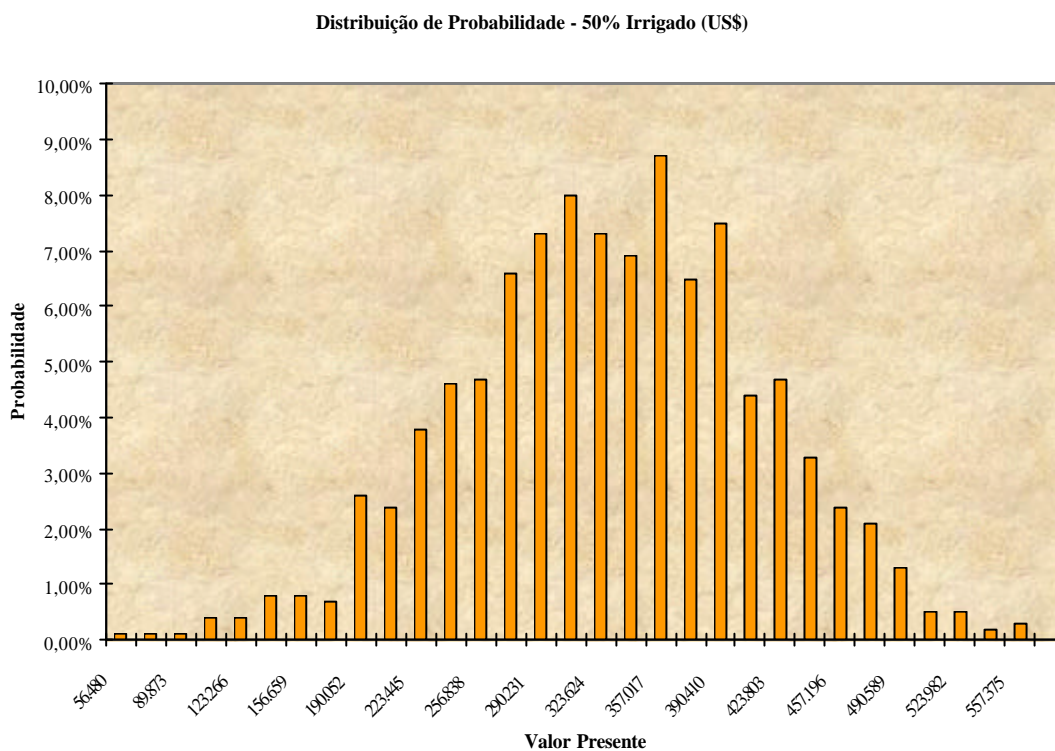
Outra maneira de encontrar-se o valor de V\* é pela forma numérica. Como explicado no capítulo 3.8.2 é possível realizar simulações de valores presentes do fluxo de caixa, tornando possível o cálculo da opção de espera e conseqüentemente de V\*. (Em anexo é possível encontrar a planilha utilizada nessa simulação). Os resultados estão expressos a seguir na Tabela 7:

% da Fazenda Irrigada	VP(US\$)	V* (US\$)
50%	\$322.123	\$331.068
70%	\$923.430	\$948.216
90%	\$1.524.737	\$1.550.034
100%	\$1.825.391	\$1.798.713

Tabela 7 – Comparação do VP com V\* (Numérico)

O valor V\* foi calculado a partir da análise da distribuição de probabilidade do valor presente dos fluxos de caixa de cada cenário, e essa

distribuição foi obtida através da simulação de Monte Carlo, a seguir estão os gráficos das distribuições de probabilidade simuladas de cada cenário:



**Figura 14 – Distribuição de probabilidade do valor presente com 50% da fazenda irrigada**

Distribuição de Probabilidade - 70% Irrigado (US\$)

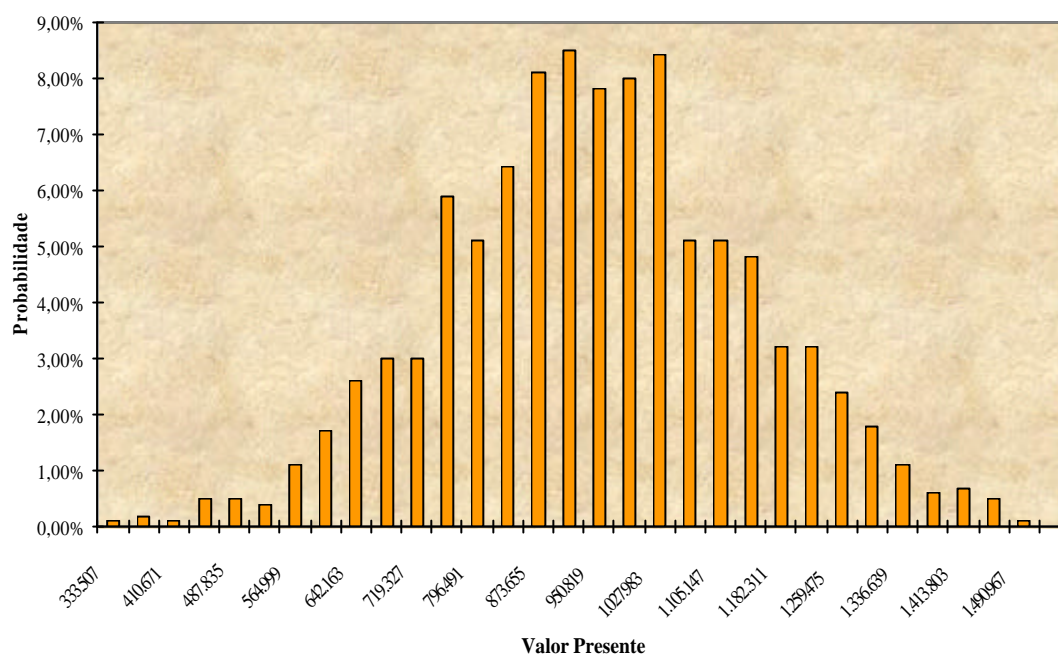


Figura 15 – Distribuição de probabilidade do valor presente com 70% da fazenda irrigada

Distribuição de Probabilidade - 90% Irrigado (US\$)

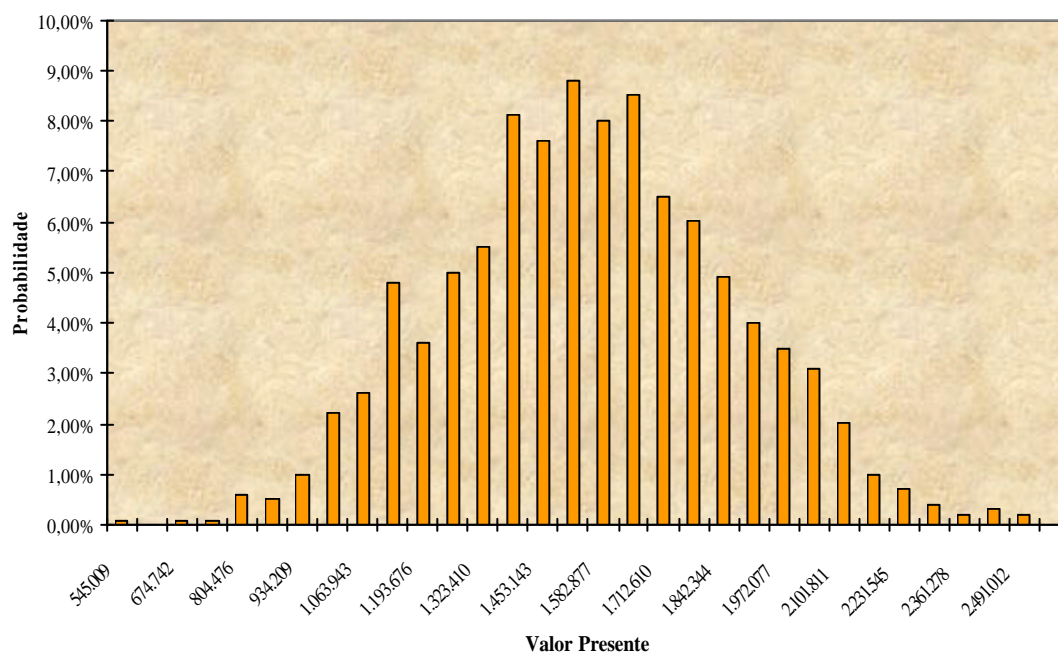
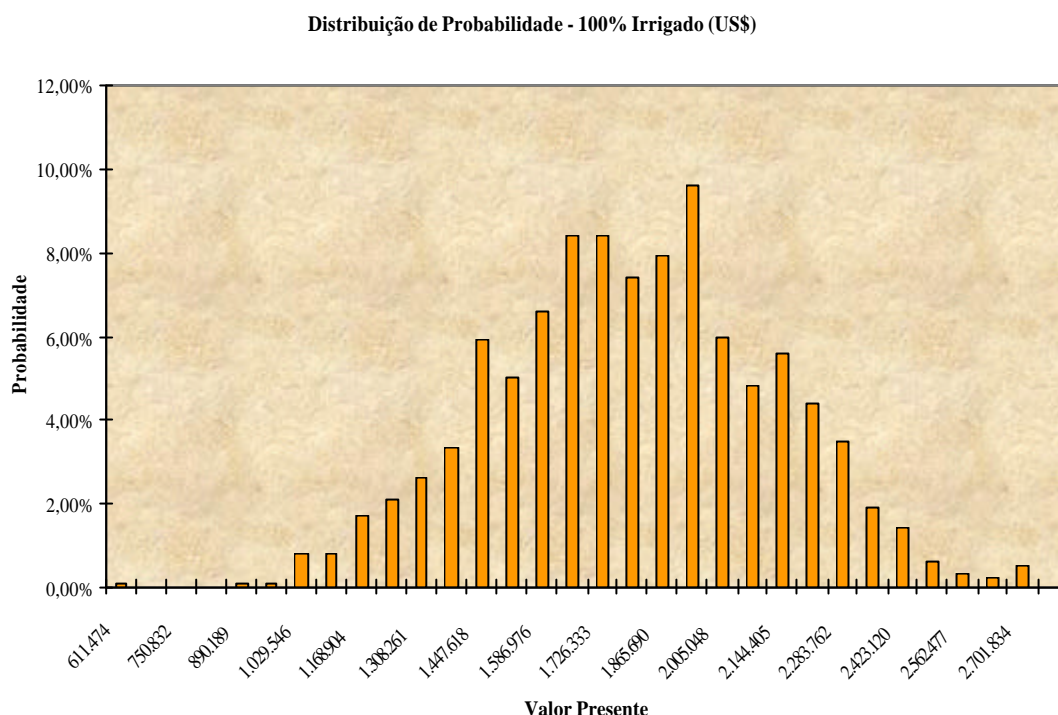


Figura 16 – Distribuição de probabilidade do valor presente com 90% da fazenda irrigada



**Figura 17 – Distribuição de probabilidade do valor presente com 100% da fazenda irrigada**

Com essas distribuições e o valor do investimento, fica fácil calcular o valor da opção de espera basta usar a eq.25 e multiplicar o resultado da mesma pelas probabilidades associadas.

Tendo o valor da opção de espera e o valor do investimento inicial chega-se ao valor do investimento crítico  $V^*$ .

### **6.1. Comparação dos resultados com a metodologia clássica**

Utilizando-se o método do q de Tobin, é possível saber qual seria a decisão tomada por um gerente que não considerasse a incerteza envolvida no projeto. É claro que o mesmo poderia fazer análises mais profundas sobre o projeto, utilizando taxas diferentes e diversificando o número de cenários possíveis ou mesmo fazendo análises de sensibilidade. Mas para o intuito de

comparação desse trabalho, apenas os cenários e dados considerados anteriormente serão utilizados nessa análise comparativa.

O cálculo do q de Tobin é bem simples, e com os dados obtidos anteriormente, é possível chegar em uma solução. A fórmula está descrita a seguir:

$$q = \frac{VP}{I} \quad (50)$$

onde

$$VP = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{P}{(1+t)^n} \quad (51)$$

Se o valor de  $q > 1$ , o investimento deve ser realizado, senão o mesmo deve ser rejeitado. A Tabela 8 apresenta os resultados dos cálculos do q de Tobin:

% da Fazenda Irrigada	VP (US\$)	Investimento (US\$)	q de Tobin
50%	\$322.123	\$189.486	1,70
70%	\$923.430	\$435.253	2,12
90%	\$1.524.737	\$681.020	2,24
100%	\$1.825.391	\$803.904	2,27

Tabela 8 – Cálculo do q de Tobin

É possível observar, através dos resultados obtidos, que na análise clássica um gerente poderia tomar a decisão de investir na irrigação de apenas 50% da fazenda, enquanto na análise através da incerteza a decisão de investir só seria considerada no caso de irrigar 100% da fazenda.



Isso mostra que a incerteza embutida no processo decisório criou valor para espera, e esse valor pode ser calculado como sendo a diferença entre o valor crítico de investimento  $V^*$  e o investimento  $I$ . A seguir podem-se ver as Tabelas 9 e 10 com o valor da opção espera calculado no caso analítico e numérico:

% da Fazenda Irrigada	$V^*$ (US\$)	Investimento (US\$)	$V^* - I$ (US\$)	$(V^* / I) - 1$ (US\$)
50%	\$427.248	\$189.486	\$237.762	2,25
70%	\$981.396	\$435.253	\$546.143	2,25
90%	\$1.535.545	\$681.020	\$854.525	2,25
100%	\$1.812.620	\$803.904	\$1.008.716	2,25

Tabela 9 – Cálculo do valor da opção de espera (Analítico)

% da Fazenda Irrigada	$V^*$ (US\$)	Investimento (US\$)	$V^* - I$ (US\$)	$(V^* / I) - 1$ (US\$)
50%	\$331.068	\$189.486	\$141.582	1,75
70%	\$948.216	\$435.253	\$512.963	2,18
90%	\$1.550.034	\$681.020	\$869.014	2,28
100%	\$1.798.713	\$803.904	\$994.809	2,24

Tabela 10 – Cálculo do valor da opção de espera (Numérico)

Se calculado percentualmente, o valor da opção de espera equivale a 2,25 vezes o valor do investimento no caso analítico (Tabela 9) e varia de 1,75 à 2,28 no caso numérico (Tabela 10), ou seja, se a incerteza for considerada, o valor presente do projeto deve exceder o investimento de 1,7 à 2,8 vezes para que o projeto seja realizado. A diferença dos resultados entre o modelo analítico e numérico pode ser, em parte, explicada pelo fato do modelo analítico considerar um horizonte perpétuo para o fluxo de caixa e o modelo numérico considerar um horizonte de dez anos.

Enquanto na teoria clássica o valor do projeto deve exceder apenas 1 vez o valor do investimento para que o mesmo seja realizado, na moderna teoria existem esses fatores multiplicativos, que levam o gerente (no caso de uma opção de timing) a tomar decisões mais conservadoras.

## 6.2. Conclusões

Utilizando-se a incerteza na análise de investimento, é possível observar que várias opções gerenciais ficam visíveis, e que as mesmas podem criar valor ao projeto. Neste estudo especificamente, apenas a opção de espera foi considerada, mesmo assim foi possível observar como somente esta, já alterou significativamente a decisão que um gerente tomaria. Comparando-se o modelo da incerteza com o modelo clássico de investimento, fica claro que o primeiro leva o gerente a tomar decisões mais conservadoras que o segundo. O grande desafio do modelo de análise de investimento sob incerteza ainda é a estimação dos parâmetros que compõem o mesmo, se estes forem próximos da realidade o modelo será consistente.

Como a literatura sobre esse assunto está apenas engatinhando, o desenvolvimento de novos métodos numéricos e analíticos ajudará os gerentes e tomadores de decisão do futuro a escolherem caminhos de maior eficiência e conseqüentemente de maior lucratividade, aumentando a produtividade e ajudando a sociedade como um todo.





Arquivo Editar Exibir Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda													
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
1	Bloco	Frequência	Probabilidade	Valor da Opção de Espera									
2	611.474	1	0,10%	-									
3	681.153	0	0,00%	-									
4	750.832	0	0,00%	-									
5	820.510	0	0,00%	-									
6	890.189	1	0,10%	86									
7	959.868	1	0,10%	156									
8	1.029.546	8	0,80%	1.805									
9	1.099.225	8	0,80%	2.363									
10	1.168.904	17	1,70%	6.205									
11	1.238.582	21	2,10%	9.128									
12	1.308.261	26	2,60%	13.113									
13	1.377.940	33	3,30%	18.943									
14	1.447.618	59	5,90%	37.979									
15	1.517.297	50	5,00%	35.670									
16	1.586.976	66	6,60%	51.683									
17	1.656.654	84	8,40%	71.631									
18	1.726.333	84	8,40%	77.484									
19	1.796.012	74	7,40%	73.416									
20	1.865.690	79	7,90%	83.881									
21	1.935.369	96	9,60%	108.621									
22	2.005.048	60	6,00%	72.069									
23	2.074.726	48	4,80%	60.999									
24	2.144.405	56	5,60%	75.068									
25	2.214.084	44	4,40%	62.048									
26	2.283.762	35	3,50%	51.795									
27	2.353.441	19	1,90%	29.441									
28	2.423.120	14	1,40%	22.669									
29	2.492.798	6	0,60%	10.133									
30	2.562.477	3	0,30%	5.276									
31	2.632.156	2	0,20%	3.657									
32	2.701.834	5	0,50%	9.490									
33													
34	Total	1000	100,00%	994.809									
35													
36	Investimento	803.904											
37	V*	1.798.713											
38													
39													
40													

100% Análise / 90% Análise / 70% Análise / 50% Análise / 100% Irrigada / 90% Irrigada

Fechar tela inteira

## Código da planilha

```

Option Explicit

Public Enum SimRows

    First = 65
    Last = 1065

End Enum

Public Sub SimFlux(shtSim As Excel.Worksheet)

    Dim i As Long
    Dim dtInitialTime As Date

On Error GoTo ErrHnd

    Application.ScreenUpdating = False

    dtInitialTime = Time

    With shtSim

        For i = SimRows.First To SimRows.Last
            .Cells(i, 3) = .Range("C54")
            .Cells(i, 2) = Format(Time, "hh:mm:ss")
            .Calculate
        Next

    End With

    Application.ScreenUpdating = True

    MsgBox "A simulação foi realizada em " & Round((Time - _
dtInitialTime) * 86400, 0) & " segundos", vbInformation, "Sucesso"

Exit Sub

ErrHnd:

MsgBox "Ocorreu o seguinte error: " & Err.Description, vbCritical, _
"Erro"

End Sub

```

## LISTA DE REFERÊNCIAS

AMRAM, M., KULATILAKA, N. Strategy and Shareholder Value Creation: The Real Options Frontier, Bank of America, Journal of Applied Corporate Finance, 2000.

ASWATH DAMODARAN, The Promise and Peril of Real Options, Stern School of Business, 2001.

COPELAND, T., ANTIKAROV, V. Real Options – A practioner's guide, Texere, 2001, 372 pp.

DIAS, M.A.G. Investimento sob Incerteza em E&P de Petróleo, PUC-RJ, 1996, Tese (Mestrado)

DIAS, M.A.G. Site de Opções Reais, <http://www.puc-rio.br/marco.ind/>

DIXIT, A. K., PINDYCK, R. S. Investment Under Uncertainty, Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1994.

ELIEBER MATEUS DOS SANTOS, Teoria das Opções Reais: Aplicação em Pesquisa e Desenvolvimento (P&D), Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Itajubá, 2000.

FRANCISCO JOSÉ PINHEIRO DEZEN, Opções Reais Aplicadas à Escolha de Alternativa Tecnológica para o Desenvolvimento de Campos Marítimos de Petróleo, 2001.



HULL, J. C. Options, Futures, & Other Derivatives, Prentice Hall, 4<sup>th</sup> ed. 1999, Englewood Cliffs, NJ, 698 pp.

LUEHRMAN, T. A. Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers, Harvard Business Review, 1998.

McDONALD, R., SIEGEL, D. The Value of Waiting to Invest. Journal of Economics, Nov., p. 707-27, 1986

MYERS, S. C. Finance Theory and Financial Strategy, Interfaces, vol. 14 1984.

PAULILLO, L. F. Competitividade e rede de relações no território citrícola brasileiro: a concentração agroindustrial e o poder de negociação como elementos definidores, Estudo de Caso, 2001.